



UNIVERSITAT DE
BARCELONA

Facultad de Educación

TESIS DOCTORAL

Programa de doctorado

Formación del Profesorado: Práctica Educativa y Comunicación

Línea de investigación: Didáctica de la Matemática

**Competencia en análisis didáctico en la
formación inicial de profesores de educación
general básica con mención en matemática**

Presentada por **María José Seckel Santis** para optar al título
de Doctor por la Universidad de Barcelona

Director: Dr. Vicenç Font Moll

Tutor: Dr. Vicenç Font Moll

Diciembre 2015



UNIVERSITAT DE
BARCELONA

Facultad de Educación

TESIS DOCTORAL

Programa de doctorado

Formación del Profesorado: Práctica Educativa y Comunicación

Línea de investigación: Didáctica de la Matemática

**Competencia en análisis didáctico en la
formación inicial de profesores de educación
general básica con mención en matemática**

Presentada por **María José Seckel Santis** para optar al título
de Doctor por la Universidad de Barcelona

Director: Dr. Vicenç Font Moll

Tutor: Dr. Vicenç Font Moll

Diciembre 2015

Este trabajo ha sido desarrollado en el marco del Grupo de Investigación de Enseñanza y Aprendizaje Virtual (GREAV) de la Universidad de Barcelona, en el marco del proyecto de investigación sobre formación de profesores EDU2012-32644.

Una mención especial al Programa de Formación de Capital Humano Avanzado de la Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica (CONICYT) por el financiamiento otorgado a través de su programa Sistema Becas-Chile, lo cual hizo posible la realización de esta Tesis Doctoral.

AGRADECIMIENTOS

A mis padres (*Armando y Cristina*), hermanos (*Rodrigo y Macarena*) y sobrinos (*Katty, Valentina, Maximiliano y Baltazar*), que a pesar de la distancia se encargaron de hacerme sentir que estaban cerca. Sus mensajes, llamadas, regalos desde Chile y, en algunos casos, su visita, me inyectaron de energía para continuar.

A *Vicenç*, mi director de tesis, quien con mucha dedicación se encargó de guiar la ruta de este trabajo. Tu ánimo por promover espacios de discusión junto a otros investigadores no solo me entregó la posibilidad de crecer profesionalmente sino que, además, me permitió conocer a grandes personas del grupo de investigación, entre ellas, *Gemma, Yuly y Adriana*, con quienes compartí gratos momentos. En la vida de una persona pasan muchos profesores, pero hay algunos que dejan huellas y tú eres uno de esos, para mí ha sido un honor trabajar contigo.

A la profesora y estudiantes que participaron en este estudio, por su voluntad y disposición frente al trabajo.

A *Juliana*, mi querida amiga, quien se convirtió en un pilar fundamental durante mi estadía en Barcelona. Era duro estar lejos de casa ¡pero ya ves amiga!, finalmente nos enamoramos de Catalunya y Barcelona se convirtió en nuestro segundo hogar.

A los miembros de la *Red de Investigadores Chilenos en España* (Red Inche), gracias por darme la oportunidad de conocer desde cerca el trabajo y entusiasmo por generar espacios académicos.

Por último, quiero agradecer a *Juan Pablo*, por acompañarme en esta aventura y por demostrar ser un gran compañero de vida.

ÍNDICE

BLOQUE I: INTRODUCCIÓN AL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

CAPÍTULO 1: Problema de investigación, justificación y objetivos	1
1. El problema de investigación y su relevancia.....	1
1.1. La competencia reflexiva en la formación de profesores de matemática. Revisión de la literatura.....	3
1.2. Contexto institucional.....	8
2. Objetivos del estudio.....	8
2.1. Objetivo general 1.....	8
2.2. Objetivo general 2.....	9
3. Estructura de la memoria.....	10

BLOQUE II: MARCO TEÓRICO

CAPÍTULO 2: Formación del profesorado en Chile	13
1. La formación del profesorado en Chile.....	13
2. Preparación para la enseñanza de la matemática en educación básica.....	18
CAPÍTULO 3: Formación del profesor de matemática basada en competencias	23
1. Competencias profesionales.....	23
1.1. La noción de competencia.....	25
2. Competencia matemática y competencia en análisis didáctico de procesos de instrucción.....	28
2.1. Competencia reflexiva en la formación de profesores.....	32
2.2. Competencia reflexiva en la formación de profesores de matemática.....	35
3. Caracterización de la competencia reflexiva y su proceso de evaluación.....	39
CAPÍTULO 4: El portafolio como recurso para desarrollar y evaluar competencias	43
1. El portafolio como evaluación auténtica.....	43
2. El portafolio del profesorado: El caso de Chile.....	46
3. El portafolio en la formación inicial del profesorado.....	53

BLOQUE III:

CAPÍTULO 5: Diseño metodológico	59
1. Características metodológicas.....	59
1.1. Premisas de investigación.....	63
2. Presentación del caso en estudio.....	63
2.1. La docente.....	64
2.2. Los estudiantes.....	65
3. Contextualización.....	66
4. Fases de la investigación.....	69
5. Estrategias de obtención de información.....	71
5.1. Análisis y validez de la información.....	73

BLOQUE IV:

CAPÍTULO 6: Análisis del estado inicial de la competencia reflexiva	75
1. Resultados del objetivo específico 1.....	76
1.1. Primera relación entre categorías	81
1.2. Segunda relación entre categorías.....	84
1.3. Tercera relación entre categorías	86
2. Resultados del objetivo específico 2.....	88
3. Triangulación de datos y conclusiones.....	90
CAPITULO 7: Formación de la profesora	93
1. Fases de la formación de la profesora.....	94
2. Contexto institucional de la formación recibida por la profesora.....	95
3. Implementación de la secuencia de tareas.....	99
4. Retroalimentación posterior a la finalización del curso.....	179
CAPITULO 8: Diseño del ciclo formativo	183
1. Diseño del ciclo formativo.....	183
2. El portafolio.....	189
3. Consideraciones sobre el mapa de complejidad matemática diseñado por la profesora.....	196
CAPITULO 9: Análisis de la implementación del ciclo formativo	199
1. Descripción general de la implementación del ciclo formativo.....	199
1.1. Observaciones de la profesora respecto al trabajo de cada sesión.....	202
1.2. Mirada retrospectiva de los participantes.....	210
1.3. Autoevaluación de la profesora.....	216
2. Análisis de los resultados del portafolio.....	219
CAPITULO 10: Rediseño del ciclo formativo	239
1. Fortalezas y debilidades a considerar.....	239

2. Rediseño del ciclo formativo.....	241
--------------------------------------	-----

BLOQUE V:

CAPÍTULO 11: Conclusiones	249
----------------------------------	------------

1. Conclusiones en base a los objetivos propuestos.....	250
1.1. Conclusiones relacionadas con el objetivo general 1.....	250
1.2. Conclusiones relacionadas con el objetivo general 2.....	253
2. Limitaciones de la investigación.....	260
3. Posibles ampliaciones.....	261
4. Difusión de los resultados.....	262

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	265
--	------------

ANEXOS

Anexo 1	279
Anexo 2	280
Anexo 3	283
Anexo 4	284
Anexo 5	285
Anexo 6	286
Anexo 7	290
Anexo 8	291
Anexo 9	293
Anexo 10	295
Anexo 11	298
Anexo 12	299
Anexo 13	300
Anexo 14	309
Anexo 15	311
Anexo 16	313
Anexo 17	315
Anexo 18	316
Anexo 19	317
Anexo 20	318
Anexo 21	321
Anexo 22	323
Anexo 23	324
Anexo 24	325

CAPÍTULO 1

PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN, JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS

RESUMEN

En el primer apartado de este capítulo se presenta el origen y las principales características del problema de investigación, se justifica su relevancia y se mencionan las características del contexto en el que se ha realizado la investigación. En el segundo apartado se presentan los objetivos y, finalmente, en el tercer apartado se comenta la estructura de la memoria de investigación.

1. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN Y SU RELEVANCIA

La tendencia a una convergencia internacional en el diseño de los planes de estudio universitarios, y en particular los que se refieren a la formación del profesorado de matemáticas de primaria y de secundaria, han impulsado un conjunto de reformas en diferentes países en las que domina un modelo que se organiza por competencias profesionales. En el caso de Chile, dicha tendencia se ha concretado en la publicación del Ministerio de Educación, en el año 2012, de los estándares que se espera que hayan alcanzado los egresados de la carrera de pedagogía general básica al finalizar sus estudios de grado. Dichos estándares (MINEDUC, 2012a) son de dos tipos; por una

parte se tienen los estándares pedagógicos (competencias genéricas del profesorado) y, por la otra parte, estándares específicos (competencias específicas de las distintas áreas de enseñanza). El estándar pedagógico número 10 contempla, entre otros aspectos, la reflexión sobre la propia práctica “Aprende de forma continua y reflexiona sobre su práctica y su inserción en el sistema educacional” (MINEDUC, 2012a, p. 17).

Cuando la formación académica responde a un modelo en base a competencias, los profesores experimentan desafíos metodológicos que resultan relevantes de investigar. Los procesos formativos que se viven en el aula y la vinculación de estos con las prácticas progresivas que realizan los futuros profesores, se convierten en escenarios ricos en información que, al ser analizada, puede transformarse en un aporte al conocimiento pedagógico de los formadores y, además, puede servir de evidencia a las instituciones formadoras para demostrar que las experiencias de aula y/o práctica que viven los futuros profesores son coherentes con los cambios curriculares.

La investigación que se describe en esta memoria se ha interesado en la competencia reflexiva de acuerdo a lo que señala el Ministerio de Educación de Chile en el contexto de la formación de profesores de Educación General Básica y, uno de los aspectos en el que se pondrá más énfasis, es el papel que tiene el Formador de Profesores en el desarrollo de dicha competencia. En relación a esto, Cisternas (2011), señala que el formador de profesores es el actor que ha sido menos problematizado en el ámbito de la formación inicial en Chile, recalando que su dimensión compleja y diversa permanece invisible en nuestro país. Esa invisibilidad, nos llevó a plantear las siguientes preguntas que han orientado nuestro trabajo ¿Cómo promueve el formador de profesores la competencia reflexiva en sus alumnos? ¿Cómo podemos mejorar la competencia reflexiva en los procesos de formación inicial?

Para responder a las preguntas anteriores, en esta investigación se analiza un proceso de formación de una formadora de futuros profesores, cuyo foco principal es el diseño e implementación de un ciclo formativo en el cual la formadora desarrolla la competencia reflexiva en un grupo de alumnos de la carrera de Pedagogía Básica con Mención en Matemática.

1.1. La competencia reflexiva en la formación de profesores de matemática. Revisión de la literatura

En educación se considera a Dewey (1989), como el precursor en el uso del término “reflexión” para referirse a una cualidad del profesor. Para este autor la reflexión es un proceso de resolución de conflictos, de dudas, a la vez que una actitud de disposición a revisar la actuación. Así mismo, Schön (1992), nos aporta su idea del práctico reflexivo, considerándolo como aquel que actúa con un repertorio de destrezas prácticas y que está dispuesto a someterlas a análisis práctico en función de un problema concreto y del distanciamiento del mismo, con lo que su actuación no se limita a aplicar solo destrezas técnicas. Además, cuando plantea la necesidad de la formación de profesionales reflexivos, manifiesta que las instituciones formadoras deben replantearse tanto la epistemología de la práctica como los sustentos pedagógicos sobre los que se asientan sus planes de estudio y, a las vez, deben favorecer cambios en sus instituciones de modo que den cabida a un prácticum reflexivo como un elemento clave en la preparación de sus profesionales. Más recientemente, Perrenoud (2004), sostiene que para lograr conseguir docentes reflexivos se necesita diferentes ingredientes. Por una parte se necesita que el profesor tenga un método para la reflexión (que en líneas generales puede ser similar en diferentes materias) y, por otra parte, son necesarios marcos

conceptuales específicos de cada disciplina que sirvan para entender, organizar y analizar la información sobre la que se reflexiona.

La competencia reflexiva ha sido investigada, en general, por muchos autores (BrockBank & McGill, 2002; Perrenoud, 2004; Domingo, 2009) y, en el caso concreto de la didáctica de la matemática, dicha competencia se ha investigado en el marco de diferentes enfoques teóricos y propuestas metodológicas. Sin ánimo de querer ser exhaustivos, hay que resaltar las siguientes:

Lesson Study

La metodología Lesson Study (Fernández & Yoshida, 2004) o en castellano Estudio de Clases es una metodología en la que los docentes trabajan juntos para reflexionar sobre los objetivos para el aprendizaje de sus alumnos. Por medio de él se estudian o se investigan las clases, con el fin de reformarlas, en colaboración con otros maestros. Se trata de planificar, observar y reflexionar sobre las lecciones y, además, observar si el alumno realmente aprendió de tal forma que pueda aplicar todo el nuevo conocimiento obtenido en una nueva situación.

Concept Study

El término “Concept study”, Estudio del Concepto en castellano, propuesto por Davis (2008) se refiere a una metodología de trabajo en la que los investigadores se comprometen con la práctica de los profesores en el examen y la elaboración de modelos sobre la comprensión matemática. El Estudio del Concepto combina elementos

de dos enfoques relevantes en la investigación en educación matemática contemporánea: “concept analysis” y “lesson study”. Ellos están focalizados sobre la explicitación y explicación de las estructuras lógicas y las asociaciones que son inherentes a los conceptos matemáticos.

Conocimiento matemático para una enseñanza de las matemáticas de calidad

A partir de la noción de conocimiento matemático para la enseñanza el grupo de Deborah Ball y colaboradores, de la Universidad de Michigan, se ha planteado cuáles son las características que ha de tener este conocimiento para conseguir una enseñanza de calidad. En Hill et al. (2008) se analizan cinco estudios de caso para relacionar el conocimiento matemático para la enseñanza de los profesores con la calidad matemática de la instrucción. Los autores encuentran que, aunque hay una significativa, fuerte y positiva asociación entre los niveles del conocimiento matemático para la enseñanza (MKT) y la calidad matemática de la instrucción, hay un número de importantes factores que median esta relación, que también apoyan u obstaculizan el uso del conocimiento del profesor en la práctica.

Competencia mirar con sentido

La competencia docente “mirar con sentido” (Mason, 2002) permite al profesor de matemáticas ver las situaciones de enseñanza aprendizaje de las matemáticas de una manera profesional que lo diferencia de la manera de mirar de alguien que no es profesor de matemáticas. Esta competencia se caracteriza por tres destrezas: identificar los aspectos relevantes de la situación de enseñanza; usar el conocimiento sobre el

contexto para razonar sobre las interacciones en el aula, y realizar conexiones entre sucesos específicos del aula y principios e ideas más generales sobre la enseñanza-aprendizaje.

Competencia en análisis didáctico en el enfoque ontosemiótico

La competencia de análisis didáctico (Font, Planas y Godino, 2010; Pochulu y Font, 2011) se propone realizar un análisis completo de los procesos de enseñanza y aprendizaje que permita describir, explicar y valorar dichos procesos. Por lo tanto, se propone desarrollar y aplicar, por una parte, herramientas para una didáctica descriptiva y explicativa que sirva para comprender y responder a la pregunta ¿qué ha ocurrido aquí y por qué? Por otra parte, puesto que se considera que la didáctica de la matemática no debería limitarse a la mera descripción, sino que debería aspirar a la mejora del funcionamiento de los procesos de estudio, se propone desarrollar y aplicar criterios de “idoneidad” o adecuación que permitan valorar los procesos de instrucción efectivamente realizados y “guiar” su mejora.

De estas cinco propuestas, la metodología Lesson Study tuvo un gran auge en Chile, firmándose, en el año 2005, un convenio de cooperación entre el Ministerio de Educación de Chile y la agencia de cooperación de Japón con la finalidad de desarrollar un proyecto de mejoramiento de la Educación Matemática en Chile. Esta iniciativa, que se prolongó por tres años, buscaba mejorar la calidad y habilidad en la enseñanza de los docentes universitarios que están comprometidos en el programa de formación continua de profesores en el área de matemática. Sin duda, la puesta en marcha de este proyecto fue un aporte para el desarrollo de la competencia de reflexión en profesores o futuros profesores de matemática en Chile, distintas universidades del país que forman

profesores abrieron espacios públicos para debatir sobre la importancia de formar a profesionales reflexivos, planificando e invitando a profesores en ejercicio y en formación a participar de actividades para su desarrollo. Con esto, algunas instituciones de educación escolar se dieron cuenta de lo importante que es otorgar espacios de reflexión a sus profesores y destinaron algunas horas de su carga horaria al desarrollo de dicha actividad. Este proyecto significó una gran oportunidad para abrir el debate sobre la importancia de la competencia de reflexión en el profesorado, así como también, para organizar espacios para la reflexión y su enseñanza. Sin embargo, esta metodología no propone pautas o herramientas explícitas que orienten el proceso de reflexión de los profesores.

En esta investigación se ha optado por el modelo de análisis didáctico que propone el enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS), ya que éste ofrece muchas pautas para orientar con claridad los procesos formativos de los profesores. Además, se cuenta con información de distintas investigaciones que han utilizado este enfoque como marco de referencia para realizar investigaciones sobre la formación de profesores de matemáticas (Breda, Font & Lima, 2015), tanto en la formación inicial (Giménez, Font & Vanegas, 2013) como también en la formación del formador de futuros profesores (Pochulu & Font, 2011; Pochulu, Font & Rodríguez, 2015), lo que nos entregó bases para orientar nuestro trabajo según nuestros propósitos. En particular, para nuestro estudio se ha tomado como constructo fundamental la noción de competencia en análisis didáctico propuesta por en el EOS, la cual es un tipo de competencia que permite la descripción, explicación, valoración y mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Se trata de una competencia que conlleva la reflexión del profesorado y cuyas características son coherentes, o al menos no son contradictorias, con las características de la competencia reflexiva que

propone el Ministerio de Educación en Chile. Por esta razón, en esta memoria utilizamos los términos de competencia reflexiva o de análisis didáctico indistintamente.

1.2. Contexto institucional

Tal como se ha señalado anteriormente, nuestro foco de estudio está en el desarrollo de la competencia reflexiva, poniendo énfasis en el papel que juegan los formadores de profesores. Para ello, se concretó la investigación en los procesos formativos que dan lugar en una universidad chilena que imparte la carrera de Educación Básica con Mención en Matemática, seleccionado a una profesora y su grupo de estudiantes que forman parte de nuestro estudio de caso único (más detalles en el capítulo 5).

2. OBJETIVOS DEL ESTUDIO

De acuerdo a lo anterior, y al contexto institucional que se acaba de comentar, esta investigación se ha propuesto alcanzar dos objetivos generales con sus respectivos objetivos específicos:

2.1. Objetivo general 1:

Describir el estado actual de la competencia reflexiva en futuros profesores de Educación Básica con Mención en Matemática.

Objetivos específicos:

OE1. Analizar cómo se ha trabajado esta competencia en cursos anteriores.

OE2. Diagnosticar el nivel de competencia que manifiestan los futuros profesores.

2.2. Objetivo general 2:

Investigar el desarrollo de la competencia reflexiva de una formadora de futuros profesores de matemática (y también la de sus estudiantes) que participa en un dispositivo de formación cuyo foco es el diseño e implementación de un ciclo formativo para desarrollar la competencia reflexiva de sus estudiantes.

Objetivos específicos:

OE3. Describir, diseñar e implementar un dispositivo de formación para desarrollar la competencia reflexiva en una formadora de futuros profesores de matemáticas.

OE4. Analizar la implementación del ciclo formativo diseñado por la profesora que participa en el dispositivo de formación del OE3 cuyo objetivo es el desarrollo de la competencia reflexiva de sus estudiantes.

OE5. Evaluar el grado de desarrollo de la competencia reflexiva que logran los estudiantes con el ciclo formativo del OE4.

OE6. Analizar el rediseño del ciclo formativo del OE4.

3. ESTRUCTURA DE LA MEMORIA.

Esta memoria de investigación se ha estructurado en once capítulos.

En el capítulo 1 se presenta el problema de investigación, la justificación del estudio y los objetivos propuestos.

En el capítulo 2 se presentan las características de la formación del profesorado en Chile. Finalizando con una descripción de la formación que reciben actualmente los profesores de educación básica para enseñar matemática.

En el capítulo 3, primero se aborda la temática de las competencias profesionales, presentando una revisión de la literatura sobre la noción de competencia. Posteriormente, este capítulo se enfoca en la formación del profesorado de matemática, analizando la interacción que existe entre la competencia matemática y la competencia de análisis didáctico (o reflexiva) para, finalmente, entregar detalles del desarrollo y evaluación de esta última en la formación de profesores de educación matemática.

En el capítulo 4 se habla sobre la evaluación de las competencias profesionales y se presenta el portafolio como un recurso de evaluación auténtica que permite el desarrollo y evaluación de dichas competencias. Además, se explica por qué este recurso ha alcanzado tanta relevancia en la formación inicial de los profesores en Chile.

En el capítulo 5 se presenta el diseño metodológico de la investigación, las premisas de investigación, las características del caso estudiado, el contexto en el que se desarrolla dicha investigación, las fases de la investigación y las estrategias para recoger información y validar los resultados.

En el capítulo 6 se hace un diagnóstico del estado inicial de la competencia reflexiva de futuros profesores de Educación Básica con Mención en Matemática.

En el capítulo 7 se presentan las características de la formación que recibió la profesora que participó en nuestro estudio de caso. Este apartado se relaciona con el tercer objetivo específico de la investigación, el que buscaba proporcionar una formación a la profesora que le permitiera diseñar una secuencia de tareas (ciclo formativo) para desarrollar la competencia reflexiva en sus estudiantes (futuros profesores).

En el capítulo 8 se describe el ciclo formativo diseñado por la profesora para desarrollar la competencia reflexiva, entregando detalles sobre la metodología de trabajo, tipos de tareas que se solicitaron a través de un portafolio y el tiempo destinado para este trabajo. Dicho capítulo se relaciona con el tercer objetivo específico de esta investigación.

En el capítulo 9 se aborda el cuarto objetivo específico de esta investigación, analizando la información obtenida en la implementación del ciclo formativo. En este capítulo se presentan los resultados del trabajo desarrollado, tanto por la profesora como por los estudiantes, y se evalúa el grado de desarrollo de la competencia reflexiva que logran sus estudiantes (quinto objetivo específico).

En el capítulo 10 se analiza el rediseño del ciclo formativo (sexto y último objetivo específico de esta investigación). En este capítulo se puede observar los aspectos que la profesora consideró que era necesario mejorar en el ciclo formativo, en el que destacan aspectos emocionales e interaccionales.

Finalmente, en el capítulo 11, se presentan las conclusiones de esta investigación a partir de la consecución de los objetivos propuestos. Además, se presentan las

limitaciones y posibles ampliaciones de esta investigación, así como la difusión de los resultados realizada en congresos y revistas de Educación de Matemática.

CAPÍTULO 2

FORMACIÓN DEL PROFESORADO EN CHILE

RESUMEN

Este capítulo tiene como propósito presentar las características de la formación del profesorado en Chile desde el momento que ésta deja de ser responsabilidad de las Escuelas Normales y pasa a ser responsabilidad de la Educación Superior. Además, debido al ámbito en el que se desarrolla nuestra investigación, analizamos algunos antecedentes sobre la formación inicial que reciben actualmente los profesores de Educación Básica para enseñar matemática, dando cuenta de la necesidad de abordar estudios sobre el rol del formador en dicho proceso formativo.

1. LA FORMACIÓN DEL PROFESORADO EN CHILE

A partir de los inicios de la década del 70 la formación de profesores en Chile pasa a ser enteramente de carácter terciario (Educación Superior), quedando, luego de la supresión de las Escuelas Normales, a cargo de Universidades e Institutos Profesionales. A raíz de la Ley Orgánica Constitucional de Enseñanza (1990), la formación de profesores debe conducir a la obtención del grado académico de licenciado y al título profesional, pudiendo ser impartida solamente por universidades y por aquellos institutos profesionales que tuviesen carreras de pedagogía creadas con anterioridad a esta ley. La única excepción es la formación de profesores para la enseñanza media técnico

profesional para la cual los institutos profesionales están autorizados para abrir nuevas carreras.

En Chile existen tres modalidades de formación de profesores. Primero tenemos la modalidad de formación concurrente, que es la más frecuente en los programas de formación de profesores para la enseñanza parvularia (preescolar), básica (primaria) y media (secundaria), la que consiste en el desarrollo de un currículo que simultáneamente ofrece una formación general, una formación específica (especialidad acorde al nivel escolar en que se desempeñarán sus egresados) y una formación pedagógica. Si bien la proporción de créditos u horas destinada a cada uno de estos ámbitos difiere mucho de una institución a otra, en todos los casos se imparten asignaturas de los tres ámbitos. Las carreras de este tipo tienen, generalmente, una duración de ocho a diez semestres y exigen jornada intensiva, excepto en un número reducido de carreras que se imparten en jornada vespertina.

También se tiene la modalidad de formación consecutiva, orientada a personas que tienen una licenciatura académica o un título profesional centrado en alguna disciplina específica y que desean obtener un título de Profesor de Enseñanza Media. Para ello, se imparten carreras de dos a cuatro semestres de duración centradas en temas pedagógicos y didácticos propios de las distintas especialidades. En esta misma categoría se inscriben los programas de formación de profesores para ejercer en la enseñanza media técnico profesional, ofrecidos a personas que tienen un título técnico de nivel medio o superior o bien un título profesional en el ámbito tecnológico y que desean obtener un título de profesor, para lo cual se les ofrece una formación pedagógica.

La tercera es la modalidad de programas especiales. Entre estos, cabe distinguir: 1) los programas de regularización, destinados a personas que tienen estudios incompletos de

pedagogía o bien una práctica pedagógica prolongada, que ofrecen la posibilidad de lograr un título profesional en un tiempo menor al habitual, asistiendo a clases en horarios vespertinos o los días sábados o cursando estudios a distancia y 2) los programas abiertos a personas que solamente han cursado enseñanza Media y que, en algunos casos, tienen alguna experiencia de trabajo o colaboración en establecimientos educacionales en tareas no docentes y a quienes también se les da la oportunidad de cursar estudios de pedagogía básica o parvularia, con menores requisitos de ingreso y con un número menor de horas presenciales o a través de la modalidad a distancia (Mineduc, 2005).

A través del Programa de Fortalecimiento de la Formación Inicial Docente (PFIDD, 1997-2002), se realizaron cambios importantes en los currículos de las carreras con modalidad presencial, incorporando prácticas tempranas en el proceso de formación. Se consideró primordial articular los contenidos teóricos trabajados en la universidad con las experiencias vividas en los centros de práctica. Sin embargo, según Hirmas y Cortés (2014), la introducción de prácticas tempranas (en la mayoría de las carreras) no ha significado el predominio de un enfoque crítico-reflexivo en la conceptualización de la formación práctica, en la realidad nos encontramos con un enfoque de racionalidad técnica (otras veces denominado aplicacionista, mecanicista, conductista) que no estaría generando las condiciones para comprender y enfrentar la complejidad de la práctica.

Diferentes gobiernos han propuesto documentos ministeriales para guiar el proceder de los docentes en formación y en servicio, entre ellos el Marco de la Buena Enseñanza (MINEDUC, 2003) y los Estándares Pedagógicos (MINEDUC, 2012a y 2012b). Ambos documentos consideran que el rol reflexivo del profesor debe desarrollarse desde la formación inicial y debe ser una práctica recurrente en su ejercicio profesional.

El Marco para la buena enseñanza es un instrumento elaborado a partir de la reflexión tripartita de los equipos técnicos, conformados por el Ministerio de Educación, la Asociación Chilena de Municipalidades y el Colegio de Profesores. En él se establece lo que los profesores chilenos deben conocer, saber hacer y ponderar para determinar cuán bien lo hacen en el aula y en la escuela, indicando, respecto a la competencia de reflexión, que cada profesor debe ser capaz de: 1) Analizar críticamente su práctica de enseñanza y reformularla a partir de los resultados de aprendizaje de sus alumnos y 2) Identificar sus necesidades de aprendizaje y procurar satisfacerlas.

Los estándares pedagógicos nacen, entre otras cosas, por el difícil panorama que muestran los resultados de la evaluación diagnóstica INICIA¹, sistema que se ha encargado de evaluar a los egresados de las carreras de pedagogía desde el año 2008 al 2012. Por esta razón, a partir de la nueva estructura del sistema escolar dada a conocer en el año 2009, a través de la Ley General de Educación, se crean estos estándares para orientar el trabajo de las instituciones que forman profesores. En este documento se entiende por estándar “aquello que todo profesor debe saber y poder hacer para ser considerado competente en un determinado ámbito, en este caso, la enseñanza en la educación básica” (MINEDUC, 2012a, p.7). El estándar número diez menciona que el docente aprende de forma continua y reflexiona sobre su práctica y su inserción en el sistema educacional, lo que demuestra a través de dos indicadores: 1) Analiza críticamente su práctica pedagógica y la de otros docentes en función de su impacto en el aprendizaje de los estudiantes, y propone y fundamenta cambios para mejorarla. Para ello posee herramientas para observación y evaluación de clases y está preparado para ser observado y recibir retroalimentación de acuerdo a su desempeño y 2) Identifica sus

¹ Sistema de evaluación diagnóstica (de carácter voluntario) implementado por el Ministerio de educación de Chile para conocer el nivel de formación que han alcanzado los egresados de las carreras de pedagogía.

propias fortalezas y debilidades, en relación a las diversas disciplinas que enseña y a las competencias necesarias para enseñarlas, reconociendo sus necesidades de desarrollo profesional y actualización.

Pese a los esfuerzos del Ministerio de Educación chileno por resaltar el rol reflexivo que tienen los profesores, distintos estudios (por ejemplo: Labra, 2011) concluyen sobre la escasez de instancias y procesos para desarrollar de manera sistemática habilidades reflexivas, formas de acompañamiento y herramientas cognitivas para activar el diálogo entre teoría y práctica, convirtiéndose, la relación teoría-práctica, en un foco de investigación interesante en la formación inicial de profesores. En este escenario, las prácticas formativas se convierten primordiales, por lo que se han generado esfuerzos para perfeccionarlas. Entre los años 1997 y 2001 se implementó, en 17 universidades, el Programa de Fortalecimiento de la Formación Inicial Docente (FFID) que tuvo como principal efecto que las escuelas de pedagogía aumentaran, en promedio, de 8% a 20% la cantidad de cursos dedicados a prácticas formativas dentro del currículum (Ávalos, 2004). Desde entonces, las carreras de Pedagogía General Básica independientemente de la universidad a la que pertenezcan tienen un componente semejante en sus mallas curriculares, la práctica pedagógica, la cual es vista por la Comisión Nacional de Acreditación de Pre-grado (CNAP, 2005), como una gran fortaleza dentro de las mallas curriculares de las universidades que han participado en los procesos de acreditación. Estas prácticas se convierten en una gran oportunidad para movilizar los conocimientos adquiridos en el proceso de formación y permiten evaluar, oportunamente, múltiples aspectos que deberán cumplir los estudiantes en el futuro, como profesor.

Montecinos et al. (2011) distingue tres concepciones distintas sobre la relación teoría-práctica, según los tipos de prácticas que realizan los futuros profesores. En primer lugar, en las prácticas iniciales, se suele tener al centro educativo como “texto”, para

que el estudiante observe y haga una lectura de la realidad escolar, a partir de la teoría. Posteriormente, en las prácticas intermedias, se suele plantear al centro educativo como “contexto”, donde se ejercitan destrezas y herramientas docentes. En esta fase, se pueden dar dos líneas de formación, una que genera reiteradas interacciones con los estudiantes y que incentiva la reflexión docente como una tarea grupal en el uso de herramientas y, otra, con escaso contacto con los estudiantes, de carácter prescriptiva. En la tercera concepción, relacionada con la práctica final o profesional, se plantea al centro educativo como “escenario”, donde el estudiante en formación pone a prueba de manera integrada las competencias profesionales desarrolladas a lo largo de su proceso de formación. Lo que se evidencia en los estudios desarrollados a raíz de este Fondecyt es que el avance curricular representa más una acumulación de saberes que una integración de conocimientos en competencias profesionales que requieren ser ensayadas, retroalimentadas y reflexionadas de manera interactiva y cíclica a lo largo del proceso formativo.

2. PREPARACIÓN PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN EDUCACIÓN BÁSICA

Diversos estudios indican que nuestros futuros profesores no están recibiendo la formación necesaria para enseñar de manera efectiva la matemática escolar, no solo del segundo ciclo, sino también del primer ciclo (OECD, 2004; Varas et al. 2008; Babcock et al, 2010).

En el año 2008, con el objetivo de diagnosticar los resultados de la formación inicial de profesores, el Ministerio de Educación de Chile convoca a los egresados de pedagogía a

participar por primera vez en la evaluación INICIA, cuyos resultados obtenidos fueron alarmantes. Participaron 1994 egresados, lo que corresponde al 60% de los inscritos por las universidades, habiendo una baja tasa de participación en las pruebas de conocimientos disciplinarios, logrando evaluar a 105 egresados con la especialidad de matemática (INICIA, 2009). En los años 2008, 2009 y 2010 esta evaluación entregó información específica respecto a la formación que habían alcanzado los egresados con mención en matemática para segundo ciclo.

En el primer año (2008), el porcentaje de respuestas correctas que alcanzaron los 105 egresados es inferior al 50% en cada uno de los ejes evaluados (geometría, números y operaciones, números y aplicaciones), siendo el más bajo el eje de geometría. Este panorama no cambió mucho en los resultados que se muestran en el año 2010, donde los egresados con mención en matemática obtienen los resultados más bajos en comparación con otras especialidades, alcanzando solo un 42% de respuestas correctas.

Otro aspecto a considerar es que en Chile existe un gran número de instituciones de educación superior que ofrecen la carrera de Pedagogía en Educación General Básica, la que en su concepción generalizada tiene por finalidad formar un profesor para ejercer docencia en toda la enseñanza básica y en todas las asignaturas que se imparten en esos niveles educativos. La mayoría de las universidades e institutos profesionales también ofrecen programas de pedagogía con mención en alguna especialidad o en varias, orientadas al segundo ciclo básico, pero los programas sin mención son los más numerosos y atraen al mayor número de los alumnos, lo que se observa claramente en los egresados que se inscriben en la evaluación INICIA.

Con relación a la Carrera de Pedagogía en Educación Básica Varas et al. (2008), en el informe del proyecto de investigación titulado “Oportunidades de adquirir el

conocimiento pedagógico de la matemática en las carreras de educación general básica”, señala que analizaron mallas curriculares de 36 carreras, los programas de las asignaturas de matemática y didáctica de la matemática de 12 carreras, se tomaron pruebas y encuestas a alumnos y se realizaron entrevistas a sus profesores. Los resultados más relevantes de este estudio son:

- Número insuficiente de cursos de matemática y de didáctica de la matemática que se ofrecen a una amplia mayoría de estudiantes de la carrera de Educación General Básica.
- Temas importantes del currículo escolar, ausentes en numerosos programas de las carreras analizadas.
- Bajo rendimiento de estos estudiantes en preguntas de matemática elemental.
- Amplísima mayoría de estudiantes de nivel avanzado que estiman insuficiente la preparación que reciben en matemática y en didáctica de la matemática.

Ingvarson et al. (2011) señalan que un sistema que se preocupa del aseguramiento de la calidad de la formación docente debe combinar tres elementos fundamentales: 1) las regulaciones sobre el ingreso, 2) las regulaciones sobre los procesos formativos y 3) las regulaciones sobre el egreso. Bajo este esquema, y luego de tomar conciencia de la deficiente formación que alcanzan los egresados, el Ministerio de Educación de Chile ha implementado, progresivamente, acciones que permitan revertir en alguna medida la situación actual de la formación inicial, destacando la implementación del incentivo estatal a la postulación a carreras de pedagogía con mejores puntajes en la prueba de selección universitaria, la exigencia de acreditación obligatoria de las carreras de pedagogía y la prueba INICIA. Además, en la actualidad, se discute el segundo apartado de la reforma educativa donde se establecen regulaciones.

Con relación a los procesos formativos de los futuros profesores de matemática, vemos que las investigaciones centran su mirada a los programas estudio (por ejemplo: Felmer, 2008), a sus contenidos (por ejemplo: Farías & Henríquez, 2014) y al diseño de tareas (Por ejemplo: Peña, Escobar, Muñoz, Valenzuela & Bautista, 2014), pero hay pocas referencias respecto de la naturaleza y características de los formadores de futuros profesores. Sin embargo, podemos destacar algunas investigaciones que se han interesado en este aspecto, como es el caso de Ulloa y Solar (2013), quienes investigaron el proceso de pilotaje del texto ReFIP² llevado a cabo por formadores de futuros profesores de educación básica.

Además, en la variedad de trabajos presentados en las actas de la XVIII Jornadas de Educación Matemática organizadas por la Sociedad Chilena de Educación Matemática, encontramos un trabajo que centra su estudio en los formadores. Dicho trabajo indaga sobre la percepción que tienen los estudiantes sobre la coherencia instruccional de sus formadores, para lo cual se invitó a participar a estudiantes y formadores pertenecientes a programas de formación de profesores de matemática de niveles secundarios de distintas universidades chilenas (Rojas & Chandia, 2014).

En la figura 1 se presenta una visión global de los diferentes aspectos que la investigación ha considerado relevantes para comprender mejor la formación inicial de profesores de matemática. Las tareas, los programas de estudio, los contenidos que se tratan en una cátedra y rol del formador son aspectos claves a tener en cuenta en la formación inicial que reciben los futuros profesores. Uno de los aspectos que menos se ha estudiado es este último, por lo que profundizar en el rol del formador de futuros profesores proporcionará información importante para construir una visión más global

² Textos elaborados bajo el proyecto Recursos para la Formación Inicial de Profesores de Educación Básica en Matemática financiado por el programa FONDEF de CONICYT, cuyo objetivo es contribuir al mejoramiento de la preparación de futuros profesores de educación básica.

de los procesos formativos que se llevan a cabo en la formación inicial de profesores de matemática.

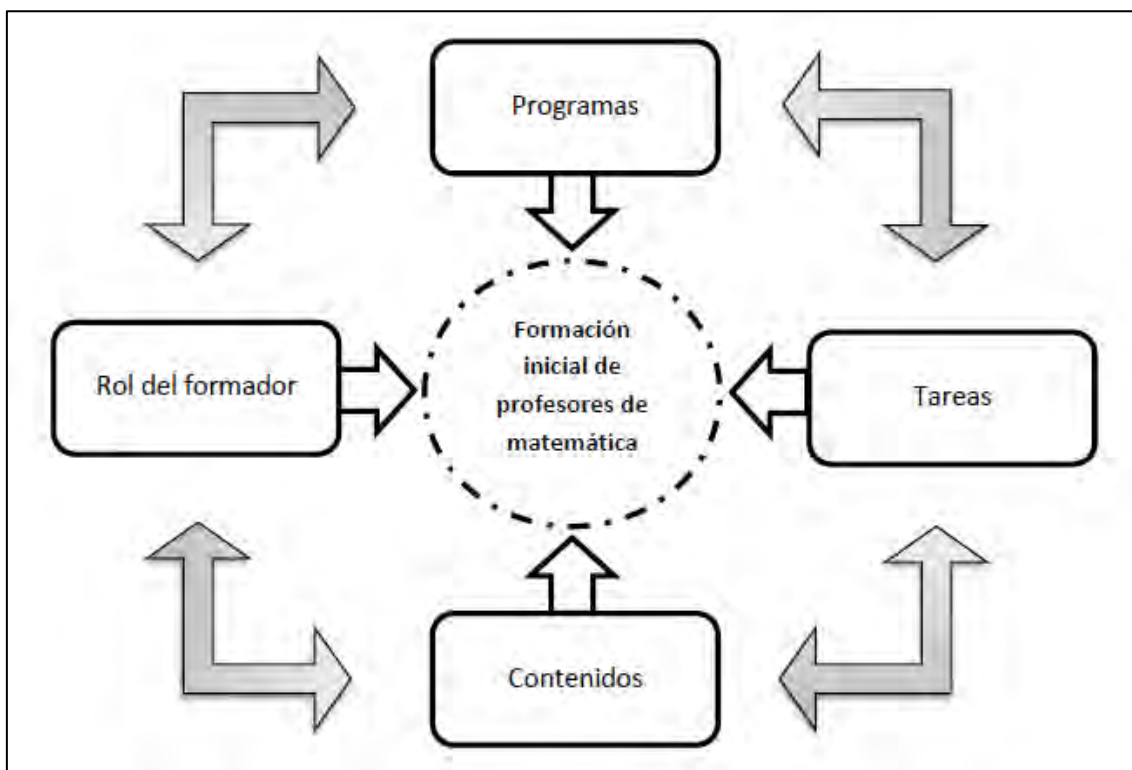


Figura 1: Ámbito de la formación inicial de profesores. Fuente: Elaboración propia.

CAPÍTULO 3

FORMACIÓN DEL PROFESOR DE MATEMÁTICA BASADA EN COMPETENCIAS

RESUMEN

Este capítulo presenta cómo ha llegado al contexto chileno la tendencia internacional de formar profesores en base a competencias profesionales. Para esto, partimos aclarando el concepto de competencias profesionales y presentamos el proceso que involucra su desarrollo. Posteriormente, dado a los intereses de esta investigación, nos centramos en la competencia reflexiva mostrando la importancia que le asignan diversos autores y caracterizando esta competencia en el ámbito de la formación del profesorado de matemática.

1. COMPETENCIAS PROFESIONALES

La tendencia a una convergencia internacional en el diseño de los planes de estudio universitarios, y en particular a los que se refieren a la formación del profesorado de matemática, han impulsado un conjunto de reformas en diferentes países en las que domina un modelo que se organiza por competencias profesionales entre las que se suele diferenciar entre competencias generales (o transversales, que son las que debe desarrollar cualquier universitario) y específicas (que son propias de la carrera que se

está estudiando). En esta línea, el Ministerio de Educación chileno publica los estándares (o competencias) que espera que hayan alcanzado en su formación de pregrado los egresados de las siguientes carreras: Educación Parvularia, Pedagogía en Educación Básica y Pedagogía en Educación Media. Dichos estándares (MINEDUC, 2012a y 2012b) son de dos tipos; por una parte se tienen los estándares pedagógicos (competencias genéricas del profesorado) y, por la otra parte, estándares específicos (competencias específicas de las distintas áreas de enseñanza).

En la formación universitaria las competencias son académicas, pero dado que la idea de fondo del modelo curricular por competencias es que aquello que se enseña en la universidad sea útil en la vida profesional, se tiene que las competencias académicas son el reflejo universitario de las competencias profesionales de la persona que ejerce la profesión para la cual los estudios universitarios preparan a los estudiantes (o bien están inspiradas en ellas). Por esta razón, se utiliza el término de competencia para referirse tanto a las académicas de la formación inicial de los futuros profesores como a las profesionales del profesor en servicio. Siguiendo esta tendencia, resaltamos el trabajo realizado en el marco del proyecto Tuning en América Latina (Beitone et al., 2007), que ha brindado ciertos lineamientos y reflexiones sobre los temas de interés en común que tienen los países participantes (Argentina, Brasil, Colombia, Costa Rica, Cuba, Chile, Ecuador, El Salvador, Guatemala, Honduras, México, Nicaragua, Panamá, Paraguay, Perú, Uruguay, Venezuela y República Dominicana). En dicho proyecto, se destaca la necesidad de un sistema de educación centrado en el estudiante y basado en competencias, señalando que el diseño y desarrollo curricular basado en este enfoque, constituyen un modelo facilitador con múltiples beneficios, entre los que destacan aquellos que apuntan a la formación de los estudiantes y graduados universitarios:

-
- Permite acceder a un currículo derivado del contexto, que tenga en cuenta sus necesidades e intereses y provisto de una mayor flexibilidad.
 - Posibilita un desempeño autónomo, el obrar con fundamento, interpretar situaciones, resolver problemas, realizar acciones innovadoras.
 - Implica la necesidad de desarrollar: el pensamiento lógico, la capacidad de investigar, el pensamiento estratégico, la comunicación verbal, el dominio de otros idiomas, la creatividad, la empatía y la conducta ética.
 - Contribuye a tornar preponderante el auto aprendizaje, el manejo de la comunicación y el lenguaje.
 - Prepara para la solución de problemas del mundo laboral, en una sociedad en permanente transformación.
 - Prioriza la capacidad de juzgar que integra y supera la comprensión y el saber hacer.

1.1. La noción de competencia

El término competencia ha sido definido de diferentes formas. En el proyecto Tuning en América Latina (2007) se entiende como “una combinación dinámica de conocimiento, comprensión, capacidades y habilidades” (p. 37). Otros autores, como Zabalza (2003), la define como el “*conjunto de conocimientos y habilidades que los sujetos necesitamos para desarrollar algún tipo de actividad*” (p. 70). Para Zabala (2005) es la “*capacidad para enfrentarse con garantías de éxito a una tarea en un contexto determinado*” (p. 86). Como se puede ver, las definiciones que se encuentran en la literatura respecto al término “competencia” son diversas, lo que pone de manifiesto una primera cuestión

problemática: la polisemia de este término. Algunas de las características que se asocian a la noción de competencia son las siguientes:

- 1) Sirve para y se manifiesta mediante la acción.
- 2) Se muestra a través del desarrollo personal y social.
- 3) Siempre se refiere a un contexto de aplicación.
- 4) Carácter integrador, ya que implica la integración del conocimiento teórico conceptual y procedimental.
- 5) Posibilidad de transferencia a diferentes situaciones o problemas.
- 6) Carácter dinámico, lo que implica un desarrollo gradual de la competencia.

Por otra parte, se tiene el problema de la existencia de un "territorio compartido" entre los constructos "proceso" y "competencia", lo cual también sucede con otros términos que se utilizan normalmente para describir las matemáticas realizadas por el sujeto (por ejemplo, práctica matemática o actividad matemática). El problema se amplía si se tiene en cuenta que el constructo "competencia" también tiene un territorio compartido con términos de tipo pedagógicos (por ejemplo, objetivos o capacidades).

Según Weinert (2001), los enfoques por competencias pueden clasificarse en tres grandes grupos: a) Enfoque cognitivo, b) Enfoque motivacional y c) Enfoque integral o de acción competente. De acuerdo a esto, la conceptualización de competencia que usamos en este trabajo se realiza desde la perspectiva de la acción competente, considerándola como el conjunto de conocimientos, disposiciones, etc. que permite el desempeño eficaz en los contextos propios de la profesión de las acciones citadas en su formulación. Dicho en términos aristotélicos, se trata de una potencialidad que se

actualiza en el desempeño de acciones eficaces (competentes). Se trata de una conceptualización que es coherente, o al menos no contradictoria, con la propuesta del Ministerio de Educación de Chile, quienes entienden por competencia lo que un profesor debe saber y poder hacer en su vida profesional. Además, en la propuesta del ministerio se considera que las competencias se construyen a partir del desarrollo de un conjunto de conocimientos y habilidades que debería manejar un profesor para llegar a enseñar en el nivel escolar que le corresponde.

Esta formulación del término de competencia debe ser desarrollada para ser operativa, y para ello hay que realizar una caracterización de la competencia (definición, niveles de desarrollo y descriptores) que permita su desarrollo y evaluación. De acuerdo con Seckel y Font (2015) consideramos que el punto de partida para el desarrollo y evaluación de una competencia profesional debe ser una tarea que produce la percepción de un problema profesional que se quiere resolver, para lo cual el futuro profesor debe movilizar habilidades, conocimientos y actitudes, para realizar una práctica (o acción) que intente dar solución al problema. Además, podemos esperar que dicha práctica se realice con más o menos éxito (logro) y, a su vez, dicho logro se puede considerar una evidencia de que la persona puede realizar prácticas similares a las que están descritas por alguno de los descriptores de la competencia, el cual se suele asociar a un determinado nivel de competencia (Figura 2).

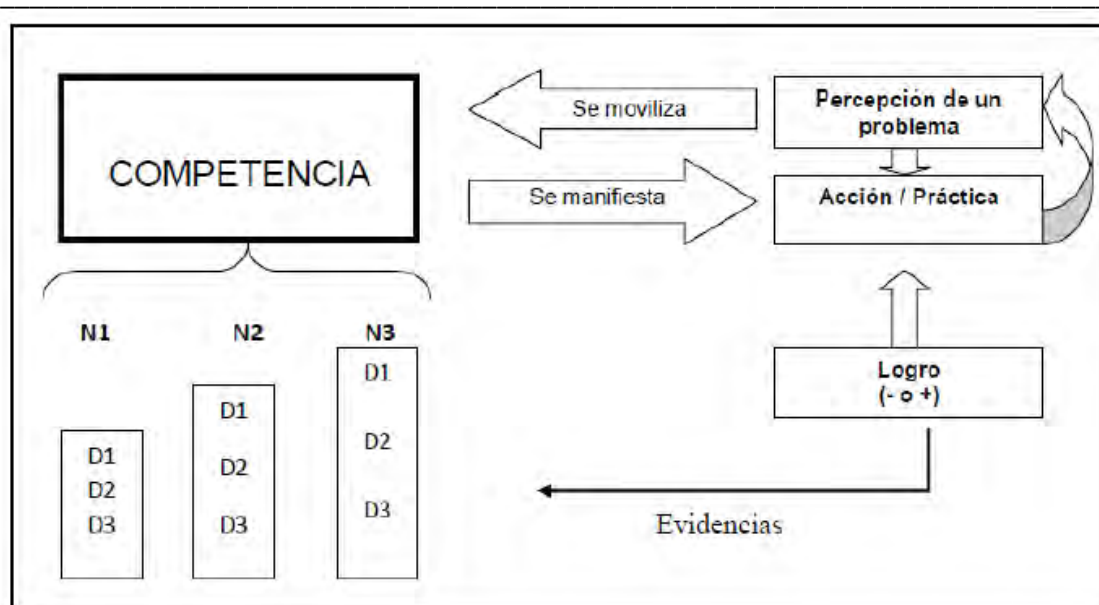


Figura 2. Conceptualización de competencias. Fuente: Seckel & Font, 2015.

La conceptualización de competencia desarrollada en la figura 2 se puede aplicar a cualquier competencia, tanto a las competencias que los futuros profesores deben desarrollar en sus futuros alumnos, sobre todo la competencia matemática, como a las competencias profesionales que deben desarrollar en su formación inicial.

2. COMPETENCIA MATEMÁTICA Y COMPETENCIA EN ANÁLISIS DIDÁCTICO DE PROCESOS DE INSTRUCCIÓN

De acuerdo con la figura 2, la competencia matemática se desarrolla a partir de la resolución de tareas matemáticas y, a su vez, se evalúa a partir de la actividad matemática realizada para resolver la tarea propuesta. En el caso de la evaluación, el profesor propone una tarea al alumno, éste la resuelve realizando cierta actividad matemática, después el profesor analiza la actividad matemática del alumno y encuentra evidencias de un cierto grado de desarrollo de una o varias competencias.

En Rubio (2012) se documenta que, para realizar la evaluación de la competencia matemática de sus alumnos, el futuro profesor, debe tener competencia matemática. Pero esto no es suficiente, también debe tener competencia en el análisis de la actividad matemática. Mientras que la primera competencia no es específica de la profesión de profesor (es común a muchas de las profesiones que ocupan a los matemático, aunque cada profesión le puede dar un sello específico), la segunda si lo es.

Las competencias y sus descriptores suelen estar fijados en los documentos curriculares oficiales. Por otra parte, la actividad matemática muestra la competencia matemática del alumno y el análisis de dicha actividad, con el objetivo de hallar evidencias de que se cumplen los indicadores de un cierto grado de competencia, es una competencia profesional específica del profesor de matemáticas (figura 3). Un aspecto problemático de este esquema, es que en el área de educación matemática no hay consenso sobre un paradigma que nos diga cómo se debe realizar el análisis de la actividad matemática. Por ejemplo, en Rubio (2012) se consideró que la respuesta a la pregunta ¿Cómo describir/analizar la actividad matemática que se infiere de la respuesta del alumno a la tarea propuesta?, eran los dos primeros niveles de análisis didáctico que propone el EOS (o sea, describiendo prácticas matemáticas y los objetos y procesos activados en dichas prácticas). Ahora bien, si el análisis de la actividad matemática se analiza con otros marcos teóricos quizás los resultados no sean los mismos.

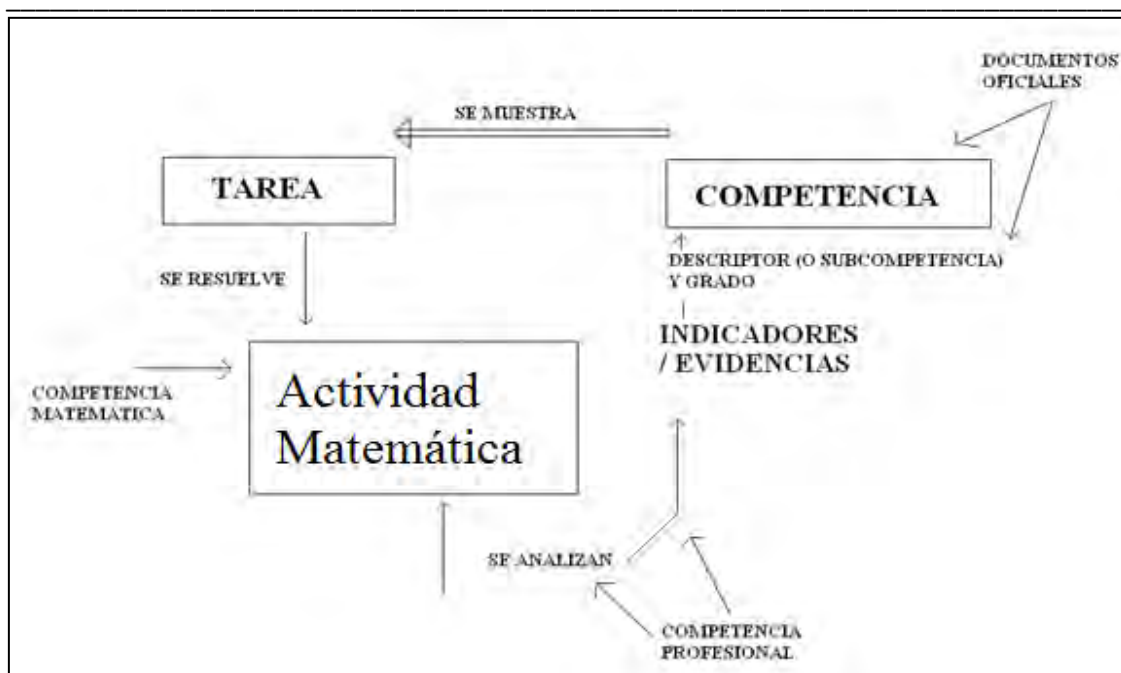


Figura 3. Competencia matemática y competencia profesional. Fuente: Adaptación de Rubio (2012).

Los esquemas de las figuras 2 y 3 llevan a la conclusión de que la competencia profesional que permite evaluar y desarrollar la competencia matemática se puede considerar compuesta básicamente (aunque no únicamente) por dos macro competencias que, a su vez, se pueden descomponer en otras: a) la competencia matemática y b) la competencia en análisis didáctico de procesos de instrucción (competencia reflexiva).

En Chile la formación de profesores de educación básica con mención en matemáticas pretende formar a profesores de matemática para poder impartir esta materia en el segundo ciclo de educación básica, para ello, se les desarrollan tanto la competencia matemática como la competencia reflexiva, con lo cual el esquema de la figura 3 es aplicable a los formadores de este tipo de futuros profesores. Ahora bien, como también

se debe desarrollar la competencia reflexiva, para este tipo de competencia el esquema de la figura 3 se puede adaptar como se muestra en la figura 4.

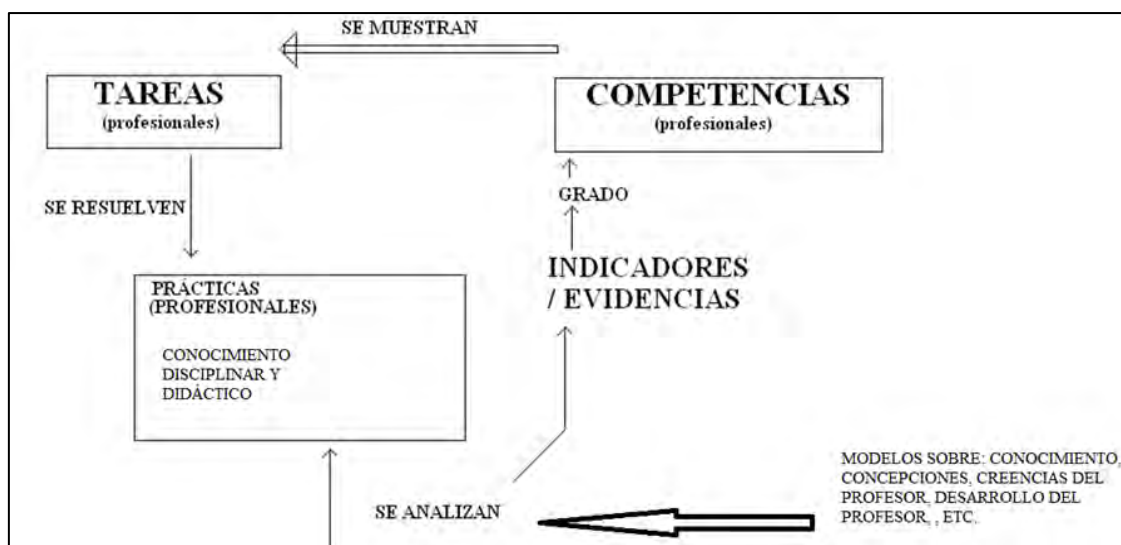


Figura 4. Adaptación del modelo de competencia para la competencia de análisis

didáctico. Fuente: Adaptación de Rubio (2012).

Se observa la necesidad de analizar las prácticas profesionales que los futuros profesores realizan para resolver las tareas profesionales en un ciclo formativo y el conocimiento didáctico-matemático activado en ellas, de manera que se pueda encontrar indicadores que justifiquen la asignación de grados de desarrollo de la competencia profesional que se pretende evaluar. Estos aspectos se pueden vincular mediante el esquema de la figura 4 que muestra la relación que hay entre las tareas de un ciclo formativo y el desarrollo (y evaluación) de competencias profesionales.

Un problema que tenemos en la educación matemática es que no tenemos un modelo que nos permita analizar la práctica profesional. Al igual como se ha comentado para el análisis de la actividad matemática, en el área de la educación matemática tampoco hay un consenso sobre un paradigma para el análisis del conocimiento didáctico-matemático activado por sus profesores en sus prácticas profesionales.

Todo lo anterior nos permite dar cuenta que las instituciones formadoras de profesores tienen una tarea compleja, la que va más allá de una declaración del desarrollo de competencias en los programas de estudio. Las instituciones deben velar por abrir espacios de discusión entre los distintos actores que son responsables de la formación de los futuros profesores, de modo que la formación que ellos entreguen se lleve a cabo bajo criterios consensuados. En esta línea, Cano (2011), menciona la importancia de generar dichos espacios, ya que el cambio de paradigma (pasar de un currículum por objetivos a uno por competencias) corre el riesgo de que se quede en el papel y no se consiga el cambio del modelo pedagógico en las aulas.

En este trabajo nos hemos interesado en analizar y comprender los procesos formativos que se llevan a cabo para formar profesores reflexivos de educación básica con mención en matemática. Por esta razón, en el apartado que se presenta a continuación hacemos un recorrido de lo que significa la reflexión, la importancia que tiene ésta en el trabajo de un profesor y presentamos una propuesta de caracterización de la competencia reflexiva que nos ha permitido alcanzar los objetivos planteados.

2.1. Competencia reflexiva en la formación de profesores

El tema de la reflexión sobre la propia práctica lleva algunos años de recorrido, podríamos decir que el primer autor que propuso la idea de analizar sobre la labor pedagógica es Dewey. Para este autor, un valor propio del pensamiento reflexivo es aquel que nos libera de la actividad meramente impulsiva y puramente rutinaria, es decir, nos capacita para dirigir nuestras actividades con previsión y para planificar de acuerdo con fines a la vista, u objetivos de los que somos conscientes (Dewey, 1989).

Este autor aspiraba a la unificación del pensamiento y la acción, de la teoría y la práctica, por lo que considera que el aprendizaje es un proceso de acción sobre las cosas y no un proceso para recibir datos de manera pasiva. La enseñanza tradicional, según Dewey (citado en Domingo, 2008), ha dañado la conexión entre lo mental y lo práctico y, para subsanarlo, propone cinco aspectos para desarrollar un aprendizaje de tipo reflexivo:

- Una auténtica situación de experiencia.
- Un verdadero problema en esa situación.
- Información y observación de la situación.
- Indicaciones de soluciones viables a cargo del aprendiz
- Oportunidad y ocasión de poner a prueba las ideas mediante su aplicación, y descubrir por sí mismo su validez (comprobación de la hipótesis por la acción).

Más tarde, Schön (1987), plantea la necesidad de la formación de profesionales reflexivos y constituye actualmente un auténtico referente en la temática de la profesionalización. Este autor manifiesta la importancia del prácticum en la formación de profesionales reflexivos, y concibe este prácticum como aquellas prácticas que pretenden ayudar a los estudiantes a adquirir las formas de arte (o ejercicio de la inteligencia) que resultan esenciales para ser competentes en las zonas indeterminadas de la práctica, de manera que se garantice que el profesional de respuestas a las situaciones complejas que se le presentan. Este autor cuestiona la formación basada exclusivamente en la racionalidad técnica y defiende el argumento de que las escuelas profesionales deben replantearse tanto la epistemología de la práctica como los sustentos pedagógicos sobre los que se asientan sus planes de estudio, de manera que se favorezcan los cambios para que las instituciones den cabida a un prácticum reflexivo

como un elemento clave en la preparación de sus profesionales. De esta manera, el prácticum reflexivo introduciría el aprender haciendo en el corazón del currículum, lo que impulsa al desafío de poner en movimiento la relación teoría y práctica en el proceso formativo del profesional. Basado en las ideas de este autor, Rodrigues (2013), menciona que los formadores deben poner especial énfasis en crear actividades formativas que posibiliten a los estudiantes, futuros profesionales, tener experiencias sobre las problemáticas concretas que enfrentarán en su vida profesional, donde el formador de futuros profesores actúa como tutor o guía del estudiante que aprende desde y a través de la práctica, y desde la reflexión sobre su práctica.

Más recientemente, Perrenoud (2004), contribuye a la temática de la práctica reflexiva enfocado en el quehacer docente, asegurando que la reflexión es un elemento clave de la profesionalización del oficio de enseñar. Según este autor, la acción pedagógica implica una serie de decisiones que pueden ser tomadas antes, durante y después de una actividad de enseñanza, y dado a que es muy difícil reflexionar pausadamente durante la acción, es necesario reflexionar haciendo una retrospectiva del trabajo pedagógico. Además, recalca que sería un error no trabajar el desarrollo de la competencia reflexiva desde la formación inicial de profesores y, para conseguirlo, sostiene que se necesita diferentes ingredientes. Por una parte, se necesita que el profesor tenga un método para la reflexión (que en líneas generales puede ser similar en diferentes materias) y, por otra parte, son necesarios marcos conceptuales específicos de cada disciplina que sirvan para entender, organizar y analizar la información sobre la que se reflexiona. Asimismo, destaca la importancia de que el análisis de la práctica surja desde quien la realiza, diciéndonos: “Conocer las conclusiones de un análisis llevado a cabo por un tercero difícilmente ayudará a cambiar” (Perrenoud, 2004, p.119). En esta misma línea, Domingo (2009), plantea que para conseguir desarrollar esta competencia en el contexto

de la educación superior, el profesor universitario (en nuestro caso el formador de futuros profesores) no solo debe presentar tareas diciendo qué hay que hacer sino que, además, debe orientar sobre el procedimiento, explicando cómo se debe realizar. Es decir, es importante que las tareas propuestas sean claras y se trabajen de manera explícita con los estudiantes (Brockbank & McGill, 2002).

Distintos autores se han interesado en investigar sobre cómo deben ser los procesos formativos para desarrollar la competencia de reflexión (Nolan, 2008; Giménez, Font; & Vanegas, 2013), mostrando técnicas, pautas u orientaciones que son útiles para desarrollarla. Godino y Batanero (2008), consideran que los procesos de orientación (reflexión guiada) no se limitan únicamente a la reflexión que surge de la práctica de los futuros profesores, sino que también debe estar presente en las tareas que se presentan en los procesos de formación académica, lo que nos permite ver la necesidad de que los formadores logren vincular la teoría con la práctica.

Considerando lo anterior, en el ámbito de la didáctica de la matemática, el formador de profesores puede seguir distintos caminos o trayectorias académicas para que los egresados alcancen la competencia reflexiva, por lo que a continuación presentaremos el referente teórico que guió nuestro estudio.

2.2. Competencia reflexiva en la formación de profesores de matemática

Como mencionamos en un apartado anterior, desde la didáctica de la matemática surgen distintas propuestas que aportan marcos conceptuales que se relacionan con el desarrollo de la competencia reflexiva, como son: Mirar con Sentido (Mason, 2002), La

metodología Lesson Study (Fernández & Yoshida, 2004), Concept Study (Davis, 2008), Conocimiento matemático para una enseñanza de las matemáticas de calidad (Hill et al., 2008) y Competencia de Análisis Didáctico en el Enfoque Ontosemiótico (Font, Rubio, Giménez & Planas, 2009; Font, Planas & Godino, 2010; Godino, Contreras & Font, 2006). En nuestro caso, hemos incorporado constructos del EOS, en particular, el modelo de análisis didáctico propuesto por este enfoque para: a) el dispositivo de formación de la profesora que participó en este estudio, b) diagnosticar el nivel de competencia inicial que tienen los estudiantes antes de ciclo formativo y c) evaluar el nivel de competencia reflexiva de los alumnos al finalizar el ciclo formativo.

En el capítulo 7 se explica con mucho detalle los constructos del EOS que se utilizaron en la formación de la profesora, razón por la cual en este apartado se hace solo un breve resumen de los principales constructos del EOS asumidos como marco teórico de esta investigación. Este enfoque se viene desarrollando desde 1994 a través de diversas investigaciones teóricas y experimentales, se propone realizar un análisis completo de los procesos de enseñanza-aprendizaje que permita describir, explicar y valorar dichos procesos. Por lo tanto, se propone desarrollar y aplicar, por una parte, herramientas para una didáctica descriptiva y explicativa que sirva para comprender y responder a la pregunta ¿qué ha ocurrido aquí y por qué?

Por otra parte, puesto que se considera que la didáctica de la matemática no debería limitarse a la mera descripción, sino que debería aspirar a la mejora del funcionamiento de los procesos de estudio, se propone desarrollar y aplicar criterios de “idoneidad” o adecuación que permitan valorar los procesos de instrucción efectivamente realizados y “guiar” su mejora.

En el EOS se considera que para responder a la pregunta ¿qué se debería mejorar?, es necesario responder en primer lugar a la pregunta ¿qué ha ocurrido aquí y por qué? Se entiende, por tanto, que el estudio exhaustivo de aspectos descriptivos y explicativos de una situación didáctica es necesario para poder argumentar posteriormente valoraciones fundamentadas sobre esta situación. El modelo de análisis didáctico de procesos de estudio que se propone desarrollar y aplicar en el EOS permite establecer un puente entre una didáctica descriptiva-explicativa y su aplicación para la valoración de procesos de estudio.

En diversos trabajos realizados en el marco del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (Godino, Contreras y Font, 2006; Font, Rubio, Giménez y Planas, 2009; Font, Planas y Godino, 2010) se han propuesto cinco niveles para el análisis didáctico de procesos de estudio:

- Primer nivel: Análisis de prácticas matemáticas. Se basa en la aplicación de las nociones de práctica matemática ligada a la solución de un tipo de problemas.
- Segundo nivel: Elaboración de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos activados y emergentes de las prácticas matemáticas. Se centra en los objetos y procesos que intervienen en la realización de las prácticas, así como los que emergen de ellas.
- Tercer nivel: Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas. Está orientado, sobre todo, a la descripción de los patrones de interacción, los conflictos y su resolución y su relación con los aprendizajes de los estudiantes.
- Cuarto nivel: Identificación del sistema de normas y metanormas. Pretende estudiar esta compleja trama de normas y metanormas que soportan y condicionan los procesos de instrucción. Este nivel de análisis es el resultado de

tener en cuenta los fenómenos de interacción social que acontecen en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

- Quinto nivel: Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de instrucción. Se centra en la valoración de su idoneidad didáctica. Dicho análisis se basa en los cuatro análisis previos y constituye una síntesis final orientada a la identificación de potenciales mejoras del proceso de estudio en nuevas implementaciones.

Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2006) proponen los siguientes criterios de idoneidad para valorar las distintas facetas implicadas en un proceso de estudio matemático:

- Idoneidad epistémica: se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o previstos), respecto de un significado de referencia.
- Idoneidad cognitiva: expresa el grado en que los significados pretendidos/ implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/implementados.
- Idoneidad interaccional: grado en que los modos de interacción permiten identificar y resolver conflictos de significado y favorecen la autonomía en el aprendizaje.
- Idoneidad mediacional: grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.

-
- Idoneidad emocional: grado de implicación (interés, motivación) del alumnado en el proceso de estudio.
 - Idoneidad ecológica: grado de adaptación del proceso de estudio al proyecto educativo del centro, las directrices curriculares, las condiciones del entorno social, etc.

Lo criterios de idoneidad, y el sistema de componentes y descriptores que los desarrolla, se pueden utilizar de manera explícita para valorar un proceso de estudio (Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2006; De Castro, 2007), pero también pueden estar presentes de manera implícita en la valoración. Ramos y Font (2008) muestran que los profesores en sus reuniones de trabajo, en sus conversaciones informales, cuando valoran el proceso de instrucción que realizan, cuando valoran una innovación, etc., de manera explícita o implícita, utilizan algunos de estos criterios de idoneidad. Esto mismo sucede con futuros profesores de educación básica con mención en matemática al valorar una práctica ajena a través de un episodio de clase (Seckel & Font, 2015). Ahora bien, como hemos mencionado en párrafos anteriores, para poder evaluar el progreso de profesores y/o futuros profesores respecto al desarrollo de la competencia reflexiva, mostramos a continuación una caracterización de esta competencia.

3. CARACTERIZACIÓN DE LA COMPETENCIA REFLEXIVA Y SU PROCESO DE EVALUACIÓN

Como hemos mencionado anteriormente, en los procesos de formación docente es necesario caracterizar las competencias que se desea desarrollar en los futuros profesores. En nuestro caso, hemos caracterizado la competencia reflexiva y su proceso

de evaluación, basándonos en: 1) las orientaciones curriculares que propone el Ministerio de Educación (2012a) y 2) de la competencia en análisis de secuencias didácticas propuesta en Font (2011). La Tabla 1 muestra los niveles de desempeño de dicha competencia donde el nivel 1 sería el más bajo y el nivel 3 el más alto.

Tabla 1

Niveles de desempeño de la competencia reflexiva.

COMPETENCIA DE REFLEXIÓN SOBRE LA PRÁCTICA, PROPIA O AJENA: <i>Analiza críticamente su práctica pedagógica y la de otros docentes en función de su impacto en el aprendizaje de los estudiantes, y propone y fundamenta cambios para mejorarla.</i>		
Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
<p>D1. Conoce el sistema educativo nacional, sus fines y objetivos, su estructura, la normativa que lo rige, sus principales logros y los desafíos y metas que tiene.</p> <p>D2. Conoce algunos constructos del área de educación Matemática que permiten la reflexión sobre la práctica</p> <p>D3. Realiza análisis poco elaborados de procesos de instrucción, con observaciones generales en las que se tiene poco en cuenta la especificidad de las matemáticas.</p>	<p>D4. Conoce constructos del área de Educación Matemática que permiten la reflexión sobre la práctica y la valoración de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.</p> <p>D5. Describe y/o explica la práctica pedagógica poniendo énfasis solo sobre algún aspecto parcial (por ejemplo, sobre todo en función de su impacto en el resultado del aprendizaje de los estudiantes) pero tiene en cuenta la especificidad de las matemáticas.</p> <p>D6. Propone cambios para mejorar la práctica futura con poca fundamentación teórica.</p>	<p>D7. Describe, explica y valora (holísticamente y críticamente) la práctica pedagógica usando herramientas propuestas en el área de Educación Matemática</p> <p>D8. Propone cambios para mejorar la práctica futura basada en el uso de herramientas para observación y evaluación de clases fundamentadas en la literatura del área de Educación Matemática.</p>

Fuente: Elaboración propia.

El descriptor D1 se ha extraído literalmente del documento “Estándares orientadores para egresados de carreras de Pedagogía en Educación Básica” (MINEDUC, 2012a) y la ubicación de D1 en el nivel 1 es una propuesta de los autores.

Los descriptores D2 y D3 son una adaptación de la propuesta del Ministerio de Educación chileno. Esta adaptación surge como respuesta a las sugerencias entregadas por un equipo de investigación y se han ubicado en el nivel N1 por considerarse los

descriptores más básicos de la competencia reflexiva. Junto a ellos, surgen los descriptores D4 y D5 que han sido ubicados en el nivel N2 y el descriptor D7 que ha sido ubicado en el nivel N3.

Finalmente, el descriptor D8 ubicado en el nivel N3 corresponde a una adaptación de la propuesta del Ministerio de Educación chileno, en el que hemos especificado que la fundamentación que entregan los futuros profesores respecto a las propuestas de mejora, deben surgir de la literatura en el área de la educación matemática. Esto no permite ver con mayor claridad lo que el Ministerio de Educación chileno espera que haga un profesor o futuro profesor, logra articular la competencia reflexiva con la disciplina que enseña. Así mismo, la incorporación del descriptor D6 ubicado en el nivel N2 surge de la necesidad de un descriptor previo a D8.

Ahora bien, para poder relacionar las evidencias de reflexión (registros orales o escritos) con los descriptores de la tabla 1, proponemos, primero, clasificar los registros por tipo de evidencia (epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, emocional, ecológica) y, posterior a esto, apoyándose en el trabajo de la tabla 2, se puede visualizar con claridad en qué nivel se encuentra una determinada reflexión.

Tabla 2

Relación de descriptores con tipos de evidencia.

DESCRIPTOR	FACETA/S (TIPOS DE EVIDENCIA)
D1	Ecológica y, en menor grado, epistémica.
D2	Algunas de estas facetas: epistémica, cognitiva, emocional, mediacional, interaccional o ecológica.
D3	Algunas de estas facetas: epistémica, cognitiva, emocional, mediacional, interaccional y ecológica. Sin tener en cuenta la especificidad de las matemáticas.
D4	Considera las facetas epistémica, cognitiva, emocional, mediacional, interaccional y ecológica.
D5	Algunas de estas facetas: epistémica, cognitiva, emocional, mediacional, interaccional y ecológica. Teniendo en cuenta la especificidad de las matemáticas.
D6	Algunas de estas facetas: epistémica, cognitiva, emocional, mediacional, interaccional y ecológica.
D7	Todas las facetas con sus componentes y descriptores, teniendo en cuenta la especificidad de las matemáticas.
D8	Todas las facetas con sus componentes y descriptores, dando énfasis en los ámbitos que es necesario mejorar.

Fuente: Elaboración propia.

CAPITULO 4

EL PORTAFOLIO COMO RECURSO PARA DESARROLLAR Y EVALUAR COMPETENCIAS

RESUMEN

En el siguiente capítulo se plantea la necesidad de una evaluación auténtica en el contexto de un currículum en base a competencias, iniciando con una aproximación a su caracterización. A continuación, nos enfocamos en el uso del portafolio como recurso que permite trabajar este tipo de evaluación y describimos el papel que juega dicho recurso en el Sistema de Evaluación del Desempeño Docente en Chile, lo que ha llevado a un uso progresivo del portafolio en los procesos de formación inicial del profesorado.

Una vez centrados en el ámbito de la formación inicial del profesorado, se mencionan algunos elementos que los formadores deben tener presentes para lograr un buen trabajo con el portafolio y, además, algunas de las dificultades que pueden surgir en dicho trabajo.

1. EL PORTAFOLIO COMO EVALUACIÓN AUTÉNTICA

El auge de las competencias en el ámbito educativo genera la necesidad de tener recursos evaluativos coherentes con la complejidad de las mismas. Distintos autores

proponen que para evaluar competencias es necesario recurrir a la evaluación “auténtica” (Bravo & Fernández, 2000; Palm, 2008; Marín, Arbesú, Guzmán & Barón, 2012), entendida como una evaluación que pretende evaluar lo que las personas hacen en el contexto de una situación real.

Pérez (2014) señala que algunas de las características de la evaluación auténtica son las siguientes:

- Implica entender cómo ocurre el desempeño en un contexto y situación determinados.
- Implica la autorregulación y autoevaluación de la persona en formación.
- Requiere que cualquier instrumento o sistema de evaluación considere tanto al sujeto de evaluación y su situación, como a la definición del objeto a evaluar y el análisis del escenario o contexto de aplicación.
- Se sustenta en los enfoques socioconstructivistas, de la cognición y el aprendizaje situado, así como en la visión experiencial de la enseñanza.
- Busca la evaluación de competencias en situaciones reales o eventualmente a través de simulaciones situadas o realistas.
- Trata de recuperar vivencias y evidencias de procesos de aprendizaje complejo y por ello pone un énfasis en la autoevaluación.
- Privilegia el abordaje cualitativo sobre el cuantitativo y propugna el empleo de múltiples instrumentos y fuentes de información para determinar si se logra el aprendizaje de un saber o competencia y en qué nivel se ubica el mismo.
- La evaluación deja de ser un fin en sí misma, porque no está destinada solo a comprobar resultados, sino es un medio para valorar y asegurar que las

estrategias educativas elegidas son pertinentes y que se logra la apropiación significativa de saberes relevantes y complejos.

Desde esta perspectiva, en el ámbito de la educación superior, evaluar competencias implica plantear estrategias evaluativas que se centren en la realización, por parte de los estudiantes, de tareas con un grado de dificultad adecuado al momento formativo (Fernández, 2010). En el caso de la formación del profesorado, Opazo, Sepúlveda y Pérez (2015) manifiestan que los futuros profesores valoran el uso del portafolio, la autoevaluación, la observación y las exposiciones orales como instrumentos de evaluación que promueven el desarrollo de tareas auténticas, es decir, tareas que se sustentan en contextos reales. En estas evaluaciones, el portafolio es considerado un recurso que permite una excelente experiencia reflexiva, ya que su construcción favorece un proceso de retroalimentación y promueve procesos reflexivos en los profesores que les permiten evaluar y mejorar su práctica (Shulman, 1999).

El uso del portafolio surge en el mundo del arte y, en particular, de la arquitectura y el diseño, siendo una herramienta que permite mostrar competencias en el mundo laboral (Barragán, 2005). En el ámbito del profesorado, el portafolio es entendido como un recurso mediante el cual se puede recoger y presentar evidencias de la práctica pedagógica del profesor. En Chile se ha transformado en un recurso que ha permitido evaluar el desempeño profesional de los profesores chilenos, por esta razón, en los próximos apartados abordamos el uso que se le ha dado a este instrumento tanto en la evaluación de los profesores en servicio como en los procesos de formación de futuros profesores.

2. EL PORTAFOLIO DEL PROFESORADO: EL CASO DE CHILE

El progresivo uso del portafolio para la enseñanza, aprendizaje y evaluación en el ámbito de la formación inicial del profesorado, se complementa con su presencia en el marco del desarrollo profesional, presencia que, en el caso de Chile, precede en el tiempo. Por esta razón, a pesar de que nuestro estudio está focalizado en el ámbito de la formación inicial del profesorado, hacemos una descripción, en primera instancia, sobre el uso y la importancia que se le ha otorgado a este recurso en el sistema de Evaluación del Desempeño Profesional Docente en Chile.

Como antecedente, tenemos que en el año 2000 el Colegio de Profesores, junto con el Ministerio de Educación de Chile, llegaron a un consenso respecto a los principios básicos para instalar un sistema de evaluación formativo orientado al desempeño profesional de los docentes, enfatizando que el Estado debe ser el responsable de su implementación, de manera que pueda asegurar la calidad de la educación pública a través de un proceso participativo y transparente.

El trabajo realizado para lograr un acuerdo no estuvo exento de discusiones, generándose un fuerte debate principalmente en torno a las preguntas ¿para qué evaluar a los profesores? y ¿qué se pretende evaluar? Dicha discusión significó colocar en permanente tensión una perspectiva ligada a resultados de aprendizaje, de carácter punitivo, presentes en algunos técnicos del Ministerio de Educación y de la Asociación Chilena de Municipalidades, con la idea de una evaluación basada en la enseñanza, con propósitos formativos y de desarrollo profesional, sostenida por el Colegio de Profesores (Assaél & Pavez, 2008). Finalmente, luego de un acuerdo tripartito suscrito por el Ministerio de Educación, la Asociación Chilena de Municipalidades y el Colegio de Profesores de Chile, se logra definir el Sistema de Evaluación del Desempeño

Profesional Docente (con carácter obligatorio para los que trabajan en el sector público).

Dicho proceso de evaluación se realiza por medio de cuatro instrumentos que permiten la recolección de información complementaria entre sí, los cuales se construyen en base a los dominios, criterios y descriptores señalados en el Marco para la Buena Enseñanza (MBE). En la tabla 3, se puede ver cada uno de los instrumentos de evaluación utilizados con su correspondiente porcentaje de ponderación.

Tabla 3

Ponderación de resultados

INSTRUMENTO	PORCENTAJE DE PONDERACIÓN
Pauta de autoevaluación	10%
Portafolio	60%
Entrevista por un evaluador par	20%
Informes de referencia de terceros	10%

Fuente: MINEDUC, 2015.

Cabe destacar, que para los profesores que obtengan un resultado insatisfactorio en su última evaluación, el portafolio se pondera en un 80%, la autoevaluación en un 5%, la entrevista en un 10% y los informes de referencia de terceros en un 5%. De esta manera, podemos ver que, en cualquiera de los casos, el trabajo del portafolio tiene un alto porcentaje a la hora de valorar el desempeño docente.

En este sistema de evaluación, los profesores deben presentar evidencias de cuatro dominios o ámbitos en el que el profesor debe demostrar diversas competencias. En relación a esto, y situándonos en la temática de nuestro estudio, vemos que en el dominio D (responsabilidades profesionales) de la figura 5 se hace referencia (en uno de sus criterios) a que un profesor debe reflexionar sistemáticamente sobre su práctica.

Además, en MINEDUC (2003), se señala que dicha responsabilidad profesional implica:

- Evalúa el grado en que los alumnos alcanzaron los aprendizajes esperados.
- Analiza críticamente su práctica de enseñanza y la reformula, a partir de los resultados de aprendizaje de los alumnos.
- Identifica sus necesidades de aprendizaje y procura satisfacerlas.

<p>PREPARACIÓN PARA LA ENSEÑANZA</p> <p>A1. Domina los contenidos de la disciplina que enseña y el marco curricular nacional.</p> <p>A2. Conoce las características, conocimientos y experiencias de sus estudiantes.</p> <p>A3. Domina la didáctica de las disciplinas que enseña.</p> <p>A4. Organiza los objetivos y contenidos de manera coherente con el marco curricular y las particularidades de sus alumnos.</p> <p>A5. Las estrategias de evaluación son coherentes con los objetivos de aprendizaje, la disciplina que enseña, el marco curricular nacional y permite a todos los alumnos demostrar lo aprendido</p>	<p>CREACIÓN DE UN AMBIENTE PROPICIO PARA EL APRENDIZAJE</p> <p>B1. Establece un clima de relaciones de aceptación, equidad, confianza, solidaridad y respeto.</p> <p>B2. Manifiesta altas expectativas sobre las posibilidades de aprendizaje y desarrollo de todos sus alumnos.</p> <p>B3. Establece y mantiene normas consistentes de convivencia en el aula.</p> <p>B4. Establece un ambiente organizado de trabajo y dispone los espacios y recursos en función de los aprendizajes.</p>
<p>RESPONSABILIDADES PROFESIONALES</p> <p>D1. El profesor reflexiona sistemáticamente sobre su práctica.</p> <p>D2. Construye relaciones profesionales y de equipo con sus colegas.</p> <p>D3. Asume responsabilidades en la educación de sus alumnos.</p> <p>D4. Propicia relaciones de colaboración y respeto con los padres y apoderados.</p> <p>D5. Maneja información actualizada sobre su profesión, el sistema educativo y las políticas vigentes.</p>	<p>ENSEÑANZA PARA EL APRENDIZAJE DE TODOS LOS ESTUDIANTES</p> <p>C1. Comunica de forma clara y precisa los objetivos de aprendizaje.</p> <p>C2. Las estrategias de enseñanza son desafiantes, coherentes y significativas para los estudiantes.</p> <p>C3. El contenido de la clase es tratado con rigurosidad conceptual y es comprensible para los estudiantes.</p> <p>C4. Optimiza el tiempo disponible para la enseñanza.</p> <p>C5. Promueve el desarrollo de pensamiento.</p> <p>C6. Evalúa y monitorea el proceso de comprensión y apropiación de los contenidos por parte de los estudiantes.</p>

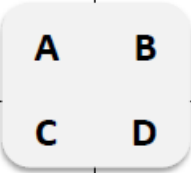


Figura 5. Dominio y criterios del Marco para la Buena Enseñanza. Fuente: Mineduc, 2003, p. 11.

El alto porcentaje de evaluación que alcanza el portafolio en dicho sistema se debe a que en él se solicita la mayor cantidad de evidencias que permitan demostrar la calidad de enseñanza que imparten los profesores evaluados. Este portafolio se compone de dos módulos, en el primero se debe realizar y describir una unidad de 8 horas pedagógicas, presentar una evaluación que se haya realizado en esa unidad y responder preguntas de reflexión sobre su quehacer docente y, en el segundo módulo, se debe presentar la grabación de una clase de 40 minutos.

Los aspectos a ser evaluados en el portafolio son públicos. En la tabla 4 vemos con detalle cuáles son las orientaciones para evaluar ambos módulos del portafolio docente.

Tabla 4

Evaluación del portafolio

PORTAFOLIO		EVALUACIÓN		
Tarea	Evidencia solicitada	Dimensión	Aspectos evaluados	Desempeño competente esperado
1. Descripción de una unidad pedagógica	Descripción de una unidad pedagógica	1. Organización de la unidad	1.1. Formulación de objetivos.	Plantea objetivos de aprendizaje que indican claramente las habilidades y contenidos que los alumnos deben desarrollar
			1.2. Relación entre actividades y objetivos.	Propone actividades coherentes con los objetivos de aprendizaje
			1.3. Secuencia de la unidad.	Organiza las clases de la unidad en una secuencia lógica, que permite a los alumnos aprender de manera ordenada y gradual.
M Ó D U L O	Análisis sobre adecuación de la unidad a características de los alumnos.	2. Análisis de las clases.	2.1. Análisis a partir de las características de los alumnos.	Comienza la unidad con actividades que favorecen que los alumnos se acerquen de manera significativa a lo que trabajarán. Finaliza la unidad con actividades que permiten a los alumnos consolidar lo aprendido.
			2 (a). Reflexionar a partir de la unidad pedagógica	Analiza como sus decisiones pedagógicas se adecuan a las características propias de sus alumnos y favorecen su aprendizaje.

	Análisis de decisiones pedagógicas		2.2. Análisis de la unidad realizada.	Reflexionan constantemente sobre el impacto de sus decisiones pedagógicas en el aprendizaje de sus alumnos, analizando por qué algunas resultan efectivas y otras menos efectivas.
	2 (b). Aprendizaje profesional a partir de una clase	Análisis de una clase que haya tenido impacto en el aprendizaje profesional	2.3. Análisis de una clase	Cuestiona o interroga su práctica pedagógica. Reflexiona críticamente sobre las estrategias que desarrolla y sus efectos en los aprendizajes de los alumnos. Fortalece su práctica docente con los aprendizajes que obtiene al reflexionar continuamente sobre su experiencia en el aula.
	3. Evaluación de la unidad pedagógica	Evaluación de la pauta de evaluación	3. Calidad de la evaluación 3.1. Evaluación y corrección utilizadas.	Diseña situaciones de evaluación con instrucciones claras que permitan a los alumnos demostrar lo aprendido. Elabora pautas de corrección en las que se identifican nitidamente los desempeños esperados que le permiten obtener información precisa respecto a lo que han aprendido los alumnos.
			3.2. Relación entre evaluación y objetivos.	Utiliza evaluaciones pertinentes a los objetivos de aprendizaje que permiten obtener información precisa respecto a lo que han aprendido los alumnos.
	4 (a). Reflexión a partir de los resultados de la evaluación	Reflexión a partir de los resultados obtenidos en la unidad.	4. Reflexión a partir de los resultados de los alumnos. 4.1. Responsabilidad frente a los resultados de los alumnos.	Analiza el impacto de sus decisiones pedagógicas en los aprendizajes de los alumnos, tanto en los logrados como en aquellos que requieren reforzamiento.
	4 (b). Retroalimentación a partir de la evaluación.	Retroalimentación a partir de la evaluación	4.2. Retroalimentación a un alumno.	Guía el proceso de aprendizaje de sus alumnos a partir de los resultados de las evaluaciones, entregándoles orientaciones efectivas que les permitan continuar mejorando en sus aprendizajes.
M Ó D U L O	5. Clase grabada	Grabación de la clase	5.1. Ambiente de la clase para el aprendizaje 5.1.1. Ambiente de trabajo. 5.1.2. Promoción de la promoción de los alumnos	Establece ambientes de trabajo adecuados para el aprendizaje, donde sus alumnos se mantienen atentos, participativos y colaboran en el aprendizaje de sus compañeros.
2				

		5.1.3. Acompaña- miento de las actividades	Guía y acompaña a sus alumnos en el proceso de aprendizaje al darle instrucciones precisas y apoyos cuando lo requieren.
Ficha de la clase grabada	5.2. Estructura de la clase	5.2.1. Calidad del inicio.	Facilita que sus alumnos establezcan conexiones entre lo que saben y lo que aprenderán en la clase.
		5.2.2. Calidad del cierre.	Genera instancias para consolidar los aprendizajes trabajados.
		5.2.3. Contribución de las actividades al logro de los objetivos.	Organiza las actividades de su clase de manera que contribuyan a los logros de los objetivos propuestos, aprovechando el tiempo en función de dichos aprendizajes.
Fotocopia de los recursos de aprendizaje utilizados en la clase	5.3. Integración pedagógica	5.3.1. Explicaciones desarrolladas	Explica contenidos o procedimientos a través de estrategias que promueven aprendizajes profundos y significativos
		5.3.2. Calidad de las preguntas planteadas a los alumnos	Propone preguntas y tareas desafiantes a sus alumnos, favoreciendo el desarrollo de habilidades de orden superior
		5.3.3. Calidad de la retroalimenta- ción	Está alerta a los requerimientos, opiniones y respuestas de sus alumnos, aprovechando sus aciertos y errores para orientarlos en su aprendizaje
		5.3.4. Énfasis curriculares de la asignatura o área	Promueve el aprendizaje de contenidos y habilidades propios de su asignatura, demostrando un correcto manejo conceptual y el uso de estrategias didácticas pertinentes

Fuente: MINEDUC, 2015.

Las evidencias del portafolio, en conjunto con la pauta de autoevaluación, la entrevista del par evaluador y el informe de referencia de un tercero, permiten determinar el nivel de desempeño que alcanza un profesor, el cual puede ser:

- Destacado: indica un desempeño profesional que clara y consistentemente sobresale con respecto a lo que se espera en el indicador evaluado. Suele manifestarse por un amplio repertorio de conductas respecto a lo que se está

evaluando, o bien, por la riqueza pedagógica que se agrega al cumplimiento del indicador.

- Competente: corresponde al desempeño mínimo esperado. Indica un desempeño profesional adecuado, donde se cumple con lo requerido para ejercer profesionalmente el rol de profesor. Sabiendo que no es un desempeño excepcional, se trata de un buen desempeño.
- Básico: indica un desempeño profesional que cumple con lo esperado en el indicador evaluado, pero con cierta irregularidad.
- Insatisfactorio: indica un desempeño que presenta claras debilidades en el indicador evaluado y estas afectan significativamente el quehacer docente.

Assaél y Pavez (2008) plantean que si bien este sistema de evaluación ha sido creado de manera participativa, la mayoría de los profesores continúan asumiéndolo como una imposición a la que deben someterse, no incorporando las prácticas evaluativas a su propia cultura pedagógica como una forma de reflexión de su práctica y oportunidad de desarrollo profesional. Además, pese a que se ha evidenciado que la mayoría de los profesores obtiene buenos resultados, los profesores siguen teniendo rechazo a la evaluación.

En capítulos anteriores hemos señalado que las competencias declaradas en el Marco para la Buena Enseñanza han servido de base para la definición de las competencias que se espera que desarrollen los profesores en su proceso de formación inicial, y a pesar que actualmente no existe un sistema de evaluación de competencias obligatorio para ser implementado en el periodo de formación inicial del profesorado, el uso del portafolio también está presente en los procesos de enseñanza y aprendizaje de este tipo de formación, lo que veremos con más detalle en el siguiente apartado.

3. EL PORTAFOLIO EN LA FORMACIÓN INICIAL DEL PROFESORADO

En el ámbito de la formación inicial del profesorado, el uso del portafolio se justifica a través de lo planteado en distintas investigaciones en las que se sostiene que no solo es un instrumento adecuado para un tipo de evaluación auténtica si no que, además, se reconoce como un instrumento facilitador de la reflexión que permite alcanzar un aprendizaje donde se integra la teoría y la práctica (Cano, 2005; Seldin, 2004).

Colén, Giné e Imbernon (2006) plantean que el portafolio es un recurso que facilita los procesos de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes, permitiéndoles una participación activa en dicho proceso, por lo que se convierte en una oportunidad para atender a la diversidad. Respecto a la utilización de este recurso en la formación inicial del profesorado, nos encontramos con evidencias que permiten sostener que dicho recurso suele ser utilizado en el periodo de prácticas profesionales de los futuros profesores (Fariás & Ramírez, 2010; Cebrián, 2011), sin embargo, al ser su objetivo un tipo de evaluación auténtica, consideramos que también es una herramienta útil en aquellas cátedras que contemplan el desarrollo de competencias.

Barberá (2005) señala que trabajar por medio de un portafolio puede ser una tarea compleja no solo para los estudiantes sino también para el formador, indicando que en dicho proceso se debe considerar cuatro elementos claves:

1. Comprensión global de las potencialidades de este recurso. Es necesario que el formador tome decisiones sobre aspectos definatorios del portafolio que se desea implementar, como por ejemplo: si se trabajará de manera individual o grupal (o si tendrá un carácter mixto), si se incluirán o no tareas opcionales, si el nivel de

directividad será alto o no, entre otras decisiones que pueden variar según el contexto.

2. Presentación del portafolio. Es necesario planificar un conjunto de estrategias de introducción que permita que los estudiantes comprendan lo que es y lo que significa un portafolio como instrumento de evaluación. Una táctica de presentación puede ser a través de la redacción de un escrito por parte del profesor donde explique sus intenciones educativas.
3. Estructura del portafolio. Una vez que se consigue una comprensión inicial de lo que es el portafolio (que nunca será hasta este estadio completa), se ha de enseñar a estructurar el portafolio, donde el profesor debe explicar cuáles serán las diferentes partes del portafolio o los tipos de tareas que conformarán este instrumento.
4. Medidas de acompañamiento. Una vez que se ha iniciado el trabajo del portafolio es necesario idear medidas de acompañamiento para realizar un proceso de seguimiento y retroalimentación del proceso de enseñanza y aprendizaje. Estas medidas colaboran a incrementar la comprensión de los fines del portafolio, por lo tanto las clases se deben estructurar de manera tal que se aseguren espacios de retroalimentación.
5. La calificación. Esta se puede producir de manera parcial, pero siempre debe existir una pronunciación final sobre el progreso conseguido por los estudiantes, apoyando dicha calificación con una rúbrica o pauta de evaluación.

En esta misma línea, Rodrigues (2013), entrega sus aportes con una mirada más amplia, recomendando la consideración de los siguientes elementos a la hora de trabajar por medio de un portafolio:

-
1. Definición de objetivos. Debe existir una definición clara de los objetivos del portafolio tanto para los estudiantes como para los docentes.
 2. Criterios de evaluación. Si el portafolio es considerado un instrumento para realizar la evaluación de competencias, se deben presentar criterios claros y conocidos por los estudiantes.
 3. Motivación y orientaciones previas para su buen uso. El trabajo con portafolio implica un proceso previo de motivación y de capacitación para que se comprenda su concepto, alcances y usos.
 4. Elaboración de guías. Es recomendable que los estudiantes cuenten con guías o pautas que motiven el proceso reflexivo.
 5. Tiempo para elaborar el portafolio. Independiente de los objetivos, se debe utilizar actividades que impliquen un amplio periodo de tiempo, dado que el logro de las competencias que se esperan desarrollar no se dan de un día para otro.
 6. Tutoría. Es necesario que los estudiantes cuenten con el acompañamiento de un tutor, con el que puedan establecer un diálogo que ayude al proceso de retroalimentación.
 7. Interacción entre pares. Se debe planificar instancias de diálogo e intercambio que generen apoyos para el aprendizaje.
 8. Tomar en cuenta el proceso y el producto. El tutor debe guiar el proceso de construcción de manera tal que lo estudiantes logren el producto con los procesos.
 9. Proceso de reflexión. Las pautas, la retroalimentación y los espacios de diálogo con los pares son elementos que permiten profundizar la reflexión.

Como podemos ver, ambas propuestas tienen elementos comunes, la motivación para el trabajo, el rol del tutor en la retroalimentación y los criterios de evaluación parecen ser elementos claves a la hora de planificar el trabajo en base a un portafolio.

Por su parte, Klenowski (2005) plantea que dicho trabajo no está exento de problemas.

Dentro de ellos podemos mencionar:

- La calidad de la documentación recogida tiene una fuerte dependencia del contexto y las circunstancias en las que se elabora dicho portafolio (Tillema & Smith, 2007).
- La capacidad del formador para llevar a cabo los procesos de retroalimentación durante el desarrollo del portafolio. En este ámbito, Delandshere y Arens (2003), señalan que los evaluadores frecuentemente limitan su lectura e interpretación del portafolio a reconocer características superficiales de los resultados y tienen dificultades para dar argumentos que justifiquen sus valoraciones, lo que hace que a veces exista poca transparencia con los estudiantes respecto a lo que se esperaba de ellos, lo que puede provocar desmotivación o frustración por parte de los estudiantes.
- Suele ocurrir que el estudiante no se considera el propietario de su portafolio y siente que es algo que está construyendo para el tutor y no para su beneficio propio (Zeichner & Wray, 2001).
- Algunos estudiantes no cumplen con la elaboración sistemática del portafolio y lo hacen en la fecha límite de entrega (Zeichner & Wray, 2001).
- No siempre hay una discusión y una comunicación fluida entre el tutor y los estudiantes en el proceso de elaboración del portafolio (Zeichner & Wray, 2001).

Respecto a las dificultades que se pueden encontrar en el trabajo con portafolio Zeichner y Wray (2001), señalan que es importante profundizar la temática con investigaciones que indaguen en la calidad de la reflexión que se promueve bajo diferentes condiciones de uso del portafolio. Además, de acuerdo al listado anterior, consideramos que también es necesario indagar en el rol del formador (o tutor) a la hora de desarrollar un portafolio, ya que de él se espera que sea capaz de acompañar dicho proceso, que genere espacios de diálogo con sus estudiantes y pueda guiar el trabajo de ellos de manera que estos puedan profundizar sus reflexiones.

Cabe destacar que, de acuerdo a la finalidad que se le asigne, podemos encontrarnos con diferentes tipos de portafolios. El primero de ellos corresponde a los que tienen fines evaluativos, donde los estudiantes coleccionan sus tareas o evidencias y el profesor los valora y evalúa en periodos preestablecidos. Un segundo tipo corresponde a los llamados portafolios de proceso, el cual permite hacer un seguimiento de las competencias y planificación del desarrollo de éstas en los estudiantes en un periodo largo de tiempo, como por ejemplo, en el marco de un programa académico. Por último, un tercer tipo de portafolio corresponde a los reflexivos, donde de manera clara se establece que la reflexión es el objetivo de la construcción del portafolio (Rodrigues, 2013). En nuestro caso, el portafolio que se trabajó en el marco de nuestra investigación implicó características de los tres tipos, es decir, tenía como finalidad el desarrollo de la competencia reflexiva en el periodo de un semestre académico (en el trabajo de una cátedra), finalizando con una evaluación de su desarrollo al finalizar el producto.

CAPÍTULO 5

DISEÑO METODOLÓGICO

RESUMEN

En este capítulo se da a conocer la propuesta metodológica que guió esta investigación. Para ello, presentamos el paradigma y metodología en que nos situamos y, al mismo tiempo, se detalla el tipo de investigación que realizamos, sus características, las premisas de partida, las fases de la investigación y el contexto en el cual se ha desarrollado. Además, en este apartado se entregan detalles de las personas que integran el estudio de caso, relatando el proceso mediante el cual se logra generar el vínculo con los participantes.

Por otra parte, se describen las estrategias utilizadas para recoger la información, relacionando cada una de estas estrategias con los objetivos específicos que nos hemos planteado y señalando cómo se ha llevado a cabo el proceso de análisis y validez de la información.

1. CARACTERÍSTICAS METODOLÓGICAS

Esta investigación ha seguido una metodología cualitativa que ha permitido comprender de manera global (Ruiz, 2012) los procesos formativos que lleva a cabo una profesora luego de recibir una formación para desarrollar la competencia

reflexiva en futuros profesores de Pedagogía en Educación Básica con Mención en Matemática de una universidad chilena. Las preguntas de investigación nos han llevado a optar por este enfoque investigativo debido a que pretendemos conocer, en profundidad, los diversos factores relacionados con el desarrollo de la competencia reflexiva (tanto de la profesora como de sus estudiantes). Por este motivo, este estudio está orientado a describir, comprender e interpretar el fenómeno, intentando darle sentido desde el significado que los propios participantes le atribuyen al fenómeno (Merriam, 1998), haciendo un análisis detallado de lo que sucede en el transcurso de 2 años académicos.

Dado que el propósito de esta investigación es conocer en profundidad una situación específica, en la que no pretendemos generalizar, el método de investigación seleccionado es un estudio de caso, el cual se caracteriza por ser particular y complejo, permitiéndonos comprender la actividad llevada a cabo por el caso seleccionado en circunstancias que son importantes (Stake, 1994). Se trata de un estudio de caso único de tipo intrínseco (Stake, 2007) ya que se constituye a partir del interés en el caso y se emprende porque en sí mismo es de interés para la temática que queremos abordar. Según Yin (1994), un estudio de caso es el diseño más adecuado cuando la atención se centra en un fenómeno actual en un contexto real y, además, cuando el investigador tiene poco control de los sucesos que ocurren en el periodo de la investigación.

Es importante tener presente que un estudio de caso tiene algunas ventajas pero también algunos inconvenientes. Álvarez y San Fabián (2012) analizan los aportes de distintos autores respecto a lo que significa un estudio de caso, y concluyen que las ventajas de desarrollar un estudio de caso son:

-
- Permite descubrir hechos o procesos que si se utilizasen otros métodos probablemente se pasarían por alto.
 - Ayuda a desvelar significados profundos y desconocidos, así como orientar la toma de decisiones en relación a problemáticas educativas.
 - Es valioso para informar de realidades educativas complejas, invisibilizadas por la cotidianeidad, para entender procesos internos y descubrir dilemas y contradicciones, ayudando a reflexionar sobre las prácticas.
 - Aporta concreción, intensidad y detalle respecto al tema de estudio, al explorar lo más profundo de una experiencia.
 - Es posible emplear una diversa gama de técnicas en la recogida y análisis de datos.
 - Permite, y requiere, la triangulación de la información recogida para evitar el sesgo del investigador.
 - Se considera un método muy adecuado para investigadores individuales y a pequeña escala.

Por su parte, de acuerdo a lo planteado por Simons (2011) y Blaxter et al (2008) (citados en Rodrigues, 2013), se pueden considerar las siguientes desventajas:

- La complejidad de un caso puede dificultar el análisis y se corre el peligro de dar una imagen distorsionada de la realidad.
- El estudio de caso muestra la fotografía de un momento, mientras la dinámica y la vida de las personas sigue y sufre cambios.
- La subjetividad del investigador es real y debe ser considerada, para poder controlarla en el proceso de análisis.

- No se puede generalizar a partir de un estudio de caso, aunque es posible hacer inferencias que puedan ser aplicadas en otros contextos.

Como declaramos en párrafos anteriores, en esta investigación se llevó a cabo un estudio intrínseco de caso, ya que se pretendía conocer en profundidad una experiencia formativa llevada a cabo por una profesora que, luego de recibir una formación, buscaba desarrollar la competencia reflexiva en sus estudiantes (futuros profesores) a través del desarrollo de un portafolio en la asignatura *Aplicaciones didácticas y metodológicas de la proporcionalidad en el segundo ciclo de la educación básica*. Por medio de este caso se busca analizar el proceso formativo (tanto de la profesora como de sus estudiantes) desde una perspectiva cualitativa, dando voz a los involucrados en el proceso para que valoren dicho proceso de formación.

La investigación tiene características descriptivas porque pretende describir de manera detallada, por una parte, la formación que recibe la profesora y el diseño y la implementación del ciclo formativo (que surge de dicha formación) que pretende desarrollar la competencia reflexiva en un grupo de futuros profesores (ver detalles en el capítulo 7 y 8 respectivamente) y, por otra parte, el rediseño del ciclo formativo luego de conocer los resultados de la implementación (ver detalles en el capítulo 10). Asimismo, tiene características interpretativas porque pretende explicar el nivel de competencia reflexiva alcanzado por los futuros profesores en la fase 1 de diagnóstico inicial (ver detalles en el capítulo 6) y después de finalizar el ciclo formativo (fase 3 de la investigación, ver detalles en el capítulo 9).

1.1. Premisas de la investigación

Esta investigación se desarrolla a partir de las siguientes premisas:

- 1) Se pueden encontrar indicios del desarrollo de la competencia reflexiva (tanto en la profesora como en sus estudiantes), los cuales permiten inferir el uso explícito e implícito de determinados criterios de idoneidad didáctica.
- 2) los criterios de idoneidad (con sus componentes y descriptores) propuestos en el modelo de análisis didáctico que propone el EOS son útiles para el desarrollo de dicha competencia.
- 3) la profesora participante en el estudio de caso, con una formación adecuada, puede llegar a alcanzar un nivel de desarrollo de su competencia reflexiva que le permita, desarrollar y evaluar (en el futuro), dicha competencia en sus estudiantes.

2. PRESENTACIÓN DEL CASO EN ESTUDIO.

Como un paso previo a la definición del caso, fue necesario planificar el acceso al campo de estudio. Para esto, se realizó una presentación del proyecto de investigación al que, en ese momento, era el jefe de carrera de Pedagogía en Educación Básica con Mención en Matemática de la institución que más adelante describimos con más detalles. En dicho momento, se firmó una carta de compromiso (ver anexo 1) en la que la institución se comprometía a facilitar los procesos para el desarrollo del trabajo de campo y, además, nos ayudó para hacer el vínculo con la profesora que se comprometió de manera voluntaria a participar en el estudio.

A continuación, pasamos a definir detalladamente el caso de estudio de esta investigación. Como comentamos en párrafos anteriores, nuestro estudio de caso es de tipo intrínseco, es decir, estamos interesados en investigar lo que ocurre en un contexto particular respecto al desarrollo de la competencia reflexiva en futuros profesores de educación general básica con mención en matemática. Se trata de un caso que cumple dos características. La primera tiene relación con lo que plantea Domingo (2009), quien destaca que los procesos de enseñanza intencionados son esenciales para obtener buenos resultados en el desarrollo de la competencia reflexiva y, la segunda, tiene relación con lo que plantea Perrenoud (2004), quien señala que para lograr desarrollar la competencia reflexiva en los futuros profesores, resulta trascendental que los profesores universitarios cuente con una formación al respecto. Estas características se cumplen dado a que la profesora que participa en el estudio recibió, en el transcurso de la investigación, una formación que le permitió diseñar un ciclo formativo para implementarlo en una de las asignaturas en la que ella impartía clases.

2.1. La docente

Se trata de una profesora que trabaja en la formación inicial de profesores de educación básica con mención en matemática en una institución de educación superior de carácter particular que recibe aportes económicos del estado y que pertenece al concejo de rectores¹ en Chile. Esta profesora forma parte de la institución desde el inicio de la carrera (año 2005) y, en el periodo en el que se

¹ Persona jurídica de derecho público, de administración autónoma, creado por ley el 14 de agosto de 1954, como un organismo de coordinación de la labor universitaria de la nación. Dicho organismo está integrado por los rectores de las 25 universidades públicas y tradicionales del país.

realizó la investigación, desarrollaba distintos roles: coordinadora de la mención en matemática, profesora de asignatura y profesora de práctica.

Su formación académica es la siguiente:

- Licenciada en educación en física y matemática.
- Magister en enseñanza de las ciencias con mención en didáctica de la matemática.
- Doctoranda en Educación Matemática.

Sus diez años de experiencia en la formación inicial de profesores de educación básica con mención en matemática y su interés por participar de manera voluntaria en un proceso de formación que le permitió diseñar e implementar un ciclo formativo para desarrollar la competencia reflexiva en sus estudiantes, la convierten en un caso de interés para abordar la temática planteada.

2.2. Los estudiantes

Dado al plan de trabajo que se ha seguido, nos encontramos con dos grupos de estudiantes. El primer grupo (17 estudiantes) ha participado en la primera etapa de la investigación, donde logramos levantar información relevante para que, luego de la formación recibida por la docente, se pudiera plantear una propuesta fundamentada y contextualizada de cómo desarrollar la competencia reflexiva. De esta manera, el segundo grupo (15 estudiantes) corresponde a los estudiantes que desarrollaron las tareas que surgen de la propuesta del ciclo formativo diseñado por la profesora.

Ambos grupos comparten características semejantes:

- Son estudiantes que cursan el segundo semestre del cuarto año de carrera.
- Han cursado todos sus años de estudio en la misma institución.
- Se encuentran cursando la asignatura *Aplicaciones didácticas y metodológicas de la proporcionalidad en el segundo ciclo de enseñanza básica*.
- Ambos grupos realizan, en ese periodo, la séptima práctica correspondiente a su malla curricular.

3. CONTEXTUALIZACIÓN

La institución en la que se desarrolla la investigación ha abierto la carrera de Pedagogía Básica con Mención en el año 2005, justificando su apertura a través de los resultados nacionales e internacionales que daban cuenta de la necesidad de que el profesor de Educación Básica tuviera una especialización (mención) para los subsectores de segundo ciclo de la educación escolar.

En los fundamentos epistemológicos de su proyecto formativo podemos ver la importancia que le otorgan a la articulación teoría-práctica en sus procesos formativos, donde indican: que la práctica pedagógica es un espacio curricular que permite superar la dicotomía teoría-práctica. Además, se pone de manifiesto que esperan que los futuros profesores lleven a cabo una reflexión autónoma y con intención transformadora sobre su práctica pedagógica.

Cabe señalar que los estudiantes que ingresan a la carrera deben rendir una prueba de selección universitaria (PSU), donde el puntaje de corte en el año 2015 fue de 500,10 puntos y el puntaje máximo de 697,90 puntos. Los estudiantes seleccionados

comienzan sus estudios para optar al título de Profesor de Educación General Básica con Mención y al grado académico de Licenciado en Educación con una duración de 10 semestres. El plan de estudios se encuentra actualmente en proceso de cambio debido a las políticas de innovación curricular de la propia institución y por lo exigido por el Ministerio de Educación Superior chileno, que acentúa la formación de los futuros profesores a través de un currículo por competencias. En la actualidad, su estructura general es la siguiente:

- Plan común: corresponde a los cinco primeros semestres de estudio. Los cuatro primeros se centran en la preparación del futuro profesor para enfrentar los desafíos profesionales del primer ciclo de educación escolar y, en el quinto semestre, comienzan a formarse en las características del escolar de segundo ciclo básico.
- Mención: A partir del sexto semestre se prepara a los futuros profesores para enfrentar prácticas en el área que han elegido: lenguaje y comunicación, matemática, ciencias naturales o ciencias sociales, donde tienen que rendir una evaluación que les permite el acceso a una de las menciones.

Al mismo tiempo, durante nueve semestres de formación, los estudiantes deben realizar prácticas en instituciones escolares de manera progresiva, es decir, comienzan observando lo que ocurre en un aula y finalizan a cargo de un grupo de escolares de segundo ciclo básico, realizando las clases en el área o mención que han elegido y para la cual se han formado.

Dado a los intereses de esta investigación, hemos puesto atención en la formación que reciben los estudiantes en los últimos cinco semestres de su carrera y, de manera específica, nos interesa la formación en la mención en matemática. Respecto a esto

podemos decir que de las 23 asignaturas que se imparten en este periodo, 8 de ellas son específicas de formación matemática.

La investigación se desarrolló en la asignatura “Aplicaciones didácticas y metodológicas de la proporcionalidad en el segundo ciclo de educación básica”. Dicha asignatura se imparte en el segundo semestre de cuarto año de formación y, en su programa académico, declara que su objetivo general es “*Potenciar la formación matemática de los futuros profesores de Educación General Básica, mediante la resolución de problemas que involucra las funciones de proporcionalidad directa e inversa y la modelización de situaciones, tendiente al desarrollo de capacidades de alto nivel que les permita enfrentarse al diseño, implementación y análisis de resultados de la experiencia en el aula*” (ver detalles en el anexo 2). De acuerdo a nuestro marco de referencia, la competencia que permite que los futuros profesores puedan enfrentar de manera exitosa el diseño, implementación y análisis de los resultados que se obtienen en el aula, es la competencia reflexiva. Por este motivo, nos interesamos en profundizar nuestra investigación en este ámbito.

Cabe destacar, que los procesos formativos que se llevaron a cabo en el año 2013 y 2014 sucedieron en un escenario conflictivo, en el que los paros y tomas de las dependencias de las facultades de educación se transformaron en una realidad nacional. Dicho escenario surge de una serie de temas internos de las distintas facultades y universidades que los estudiantes esperan cambiar, lo que se incrementa con el disgusto que han generado algunos aspectos de la reforma educativa que está impulsando el gobierno de turno. En nuestro caso particular, esto significó que el trabajo de campo se viera interrumpido, provocando, una vez que los estudiantes

retomaron las actividades, un agobio académico debido a la sobrecarga de actividades para poder finalizar el año académico en el tiempo planificado.

4. FASES DE LA INVESTIGACIÓN

En la figura 6 podemos ver las cuatro fases que se han desarrollado durante el trabajo de campo y la relación que tiene cada una de ellas con los objetivos que nos hemos propuestos.

Como se observa en la figura, la primera fase que hemos llamado diagnóstica, surge por la necesidad de evidenciar lo que la profesora, en conversaciones informales, nos venía planteando como una problemática: "*el bajo nivel de reflexión que ella observaba en sus alumnos*". En esta fase hemos recogido los datos que han permitido alcanzar el primer objetivo general de esta investigación "describir el estado actual de la competencia de reflexión en estudiantes de la carrera de Pedagogía Básica con mención en matemática", centrándonos en la recopilación de información que sirvió de base para planificar el ciclo formativo que fue implementado en la cátedra "Aplicaciones didácticas y metodológicas de la proporcionalidad en el segundo ciclo de educación básica".

Por otra parte, en las fases 2, 3 y 4 hemos trabajado para alcanzar el segundo objetivo general "Investigar el desarrollo de la competencia reflexiva de una formadora de futuros profesores de matemática (y también la de sus estudiantes) que participa en un dispositivo de formación cuyo foco es el diseño e implementación de un ciclo formativo para desarrollar la competencia reflexiva de sus estudiantes". En fase 2, tiene lugar la formación que recibe la profesora y el diseño del ciclo formativo que se

ha implementado (ver detalles en el capítulo 8), el que se fundamenta con la formación recibida y con los hallazgos de la fase 1. En la fase 3, se analizan los resultados de la implementación para, posteriormente (en la fase 4), hacer propuestas de mejora al ciclo formativo para futuras implementaciones.

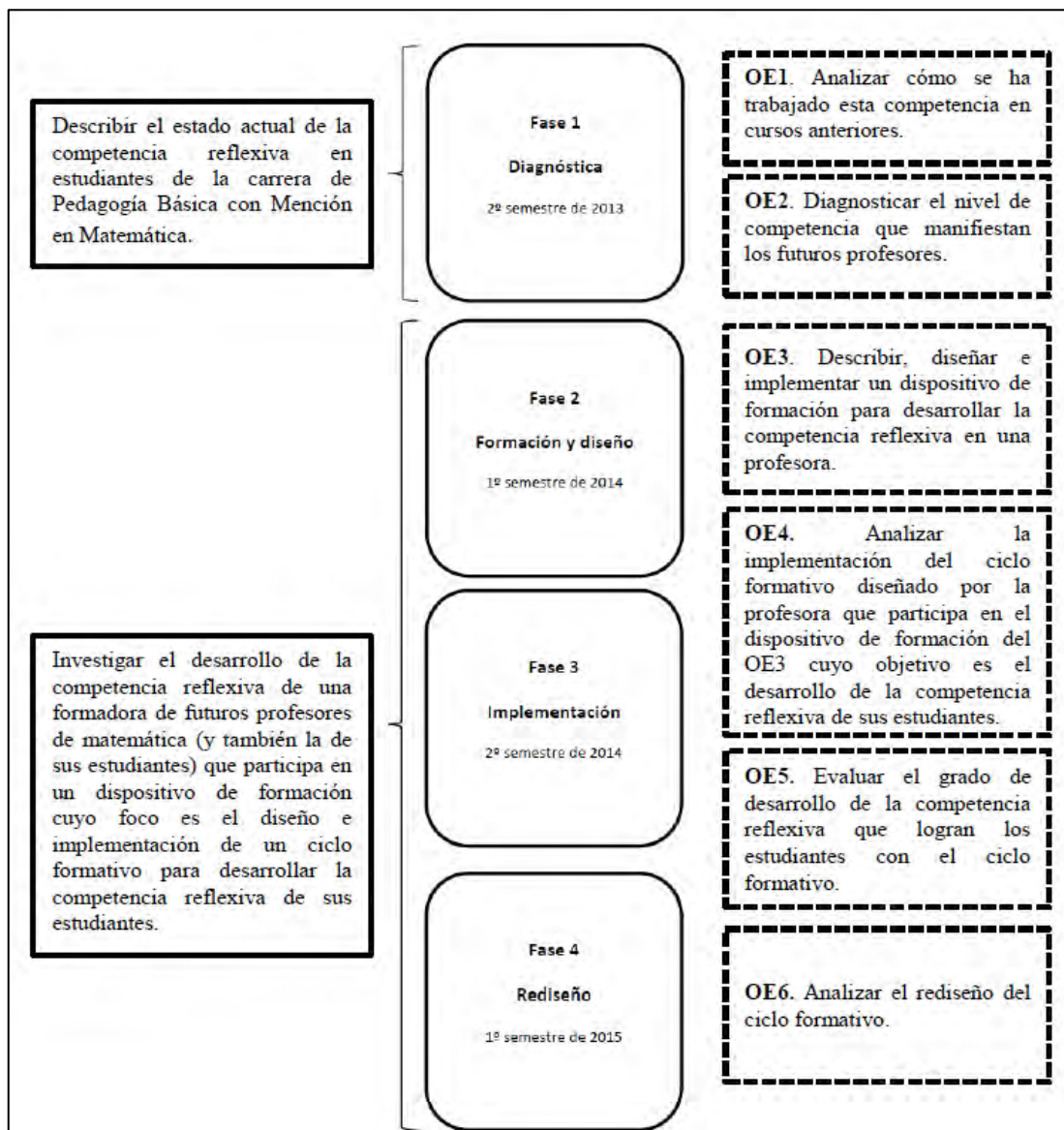


Figura 6. Fases de la investigación.

5. ESTRATEGIAS DE OBTENCIÓN DE INFORMACIÓN

Según Stake (2007), los métodos de recolección de información deben ser los adecuados para responder a las preguntas de investigación formuladas, e incluso, para que permitan levantar nuevas interrogantes. En relación a esto, en esta investigación se utilizó tres métodos básicos para la recogida de los datos: Entrevistas, grupos de discusión y análisis documental (contenida en los portafolios). En la tabla 5 se detalla qué métodos estuvieron presentes para responder a cada objetivo específico de la investigación.

Tabla 5

Métodos para la recogida de la información

OBJETIVO DE LA INVESTIGACIÓN	ENTREVISTA	GRUPO DE DISCUSIÓN	ANÁLISIS DOCUMENTAL
Analizar cómo se ha trabajado esta competencia en cursos anteriores.	X	X	
Diagnosticar el nivel de competencia que manifiestan los futuros profesores.			X
Describir, diseñar e implementar un dispositivo de formación para desarrollar la competencia reflexiva en una profesora.	X		X
Analizar la implementación del ciclo formativo diseñado por la profesora luego de recibir una formación.	X	X	X
Evaluar el grado de desarrollo de la competencia reflexiva que logran los estudiantes con el ciclo formativo.			X
Analizar el rediseño del ciclo formativo.	X		X

Fuente: elaboración propia.

Como podemos ver en la tabla, para el primer objetivo específico (fase 1) se realizó una entrevista semiestructurada a la profesora y se llevó a cabo un grupo de discusión con estudiantes del segundo semestre del cuarto año de estudio. Ambas visiones (la de profesora y los estudiantes) aportaron información importante para conocer de manera global los procesos de formación que se han llevado a cabo en semestres anteriores para desarrollar la competencia reflexiva (ver anexo 3 y 4).

Para el segundo objetivo específico (fase 1) se analizaron 17 documentos personales que corresponden al mismo grupo de estudiantes que participaron en el objetivo anterior. En estos documentos encontrábamos las reflexiones de los estudiantes frente a un episodio de clase. Dicho episodio fue preparado por los investigadores, grabando en video una clase de matemática de primaria (30 niños entre 12 y 13 años de edad) para, posteriormente, seleccionar y transcribir un episodio que se presentó a los estudiantes con la consigna abierta de que reflexionaran de manera individual sobre el episodio (las respuestas quedaron registradas en sus hojas).

Para el tercer y cuarto objetivo específico (fase 2) utilizamos el análisis de documentos y entrevista no estructurada, para describir detalladamente la formación recibida por la profesora y el diseño del ciclo formativo.

Para el quinto y sexto objetivo específico (fase 3), utilizamos la técnica de análisis de documentos y entrevistas (a profesora y estudiantes). En este trabajo estábamos interesados en recolectar información de los productos finales (portafolios) que elaboraron los estudiantes al término del ciclo formativo así como de la valoración que entregaban al proceso vivido tanto los estudiantes como la profesora.

Para el quinto objetivo específico (fase 4), hemos recopilado información a través de notas de campo que surgen de reuniones con la profesora para analizar, discutir y plantear propuestas que permitan mejorar el ciclo formativo.

5.1. Validez y análisis de la información

Para lograr demostrar la validez de los datos, nos hemos guiado por cuatro criterios regulativos propuestos por Lincoln y Guba (citado en Latorre, 2004). Los cuatro criterios propuestos permiten demostrar la veracidad en el proceso de investigación:

- **Credibilidad:** Para conseguir que nuestra investigación fuese creíble, realizamos conversaciones con los participantes en el estudio, lo que nos permitió recolectar información reconocida por los informantes como una verdadera aproximación sobre lo que ellos pensaban y sentían. Los datos obtenidos a partir de esto, fueron triangulados y recibieron una comprobación continua (de datos e interpretaciones) con los participantes.
- **Transferibilidad:** Se refiere a la posibilidad de extender los resultados del estudio a otras poblaciones. Para esto, una vez realizado el diagnóstico en profundidad y conocidos con detalle los participantes del estudio, se procedió a describir densamente el lugar y las características de las personas que formaron parte del plan de acción que se llevó a cabo. De esta manera el lector podrá determinar si es posible transferir los hallazgos a un contexto diferente del estudio.
- **Dependencia:** Esta es una estrategia que se utiliza para dar consistencia a los resultados. El proceso de control que siguió la investigadora fue examinado por un equipo de investigación sobre análisis didáctico en Educación Matemática que forma parte del grupo de investigación de Enseñanza y Aprendizaje Virtual de la Universidad de Barcelona, al cual se le expuso el modo en que se llevó a cabo el control de los datos para que determinase si era aceptable según las características de la investigación. También, se

presentaron resultados parciales de esta investigación para ser evaluados en dos congresos y una revista del área de Educación Matemática.

- Confirmabilidad: Con el propósito de confirmar la información, interpretación y la generación de conclusiones solicitamos al grupo de investigación que tuviese una postura crítica y que controlase la correspondencia entre los datos y las inferencias e interpretaciones que la investigadora extraiga de ellos.

Estos cuatro criterios han estado presentes durante todo el proceso de análisis cualitativo de los datos (ver capítulos 6 – 10 de la memoria de esta investigación).

CAPÍTULO 6

ANÁLISIS DEL ESTADO INICIAL DE LA COMPETENCIA REFLEXIVA

RESUMEN

En este capítulo se dan a conocer los resultados obtenidos en la primera fase de investigación, la que se planificó para alcanzar el objetivo general 1 (OG1) “describir el estado actual de la competencia de reflexión en estudiantes de la carrera de Pedagogía Básica con Mención en Matemática”. Para esto fue necesario analizar los datos extraídos con tres técnicas de recogida de información cualitativa, una entrevista (a la docente), un grupo de discusión y una actividad diagnóstica (desarrolladas por los estudiantes) que, posteriormente, fueron triangulados. De esta manera, conseguimos una visión global de lo que ocurre con la formación de los futuros profesores respecto al desarrollo de la competencia en estudio, obteniendo información valiosa para la consecución del objetivo general 2 (OG2), tal como: 1) Conceptualización de competencia reflexiva, construida a través del discurso de la docente y los estudiantes, 2) Dificultades y 3) Oportunidades para el desarrollo de la competencia reflexiva.

1. RESULTADOS DEL OBJETIVO ESPECÍFICO 1

El primer objetivo específico pretendía analizar cómo se ha trabajado la competencia de reflexión en el transcurso de los primeros siete semestres de formación académica que reciben los estudiantes de la carrera de Pedagogía General Básica con mención, específicamente, los estudiantes que optan por la mención en matemática. Para dicho objetivo se recolectaron datos de dos fuentes: 1) estudiantes que inician el octavo semestre de estudio y 2) la profesora que coordina la mención en matemática y que está interesada en diseñar e implementar un ciclo formativo que potencie el desarrollo de la competencia en estudio. Una vez recolectados los datos se realizó un análisis que dio lugar a las siguientes categorías:

- *Grupo de discusión*

En la tabla 6 se puede apreciar la descripción de las categorías que surgieron del discurso de los estudiantes al plantear la temática “desarrollo de la competencia reflexiva”.

Tabla 6

Descripción de categorías y subcategorías del grupo de discusión

CÓDIGO	CATEGORÍA	SUBCATEGORÍA
CRE	Conceptualización de reflexión de estudiantes Idea o significado que tienen los futuros profesores sobre competencia reflexiva.	CRE 1. Finalidad La reflexión sobre la práctica tiene como finalidad analizar tanto el contenido como las metodologías de enseñanza-aprendizaje para mejorar las prácticas pedagógicas, todo esto, en beneficio de los estudiantes.
		CRE 2. Modalidad Si bien se observa la reflexión a partir de un trabajo individual, se valora mucho más la reflexión con los pares, de manera que se genere discusión y retroalimentación y, de esta manera, obtener conclusiones más objetivas.
		CRE 3. Momentos Existen dos momentos claros de reflexión. El primero es antes de la implementación, en la etapa de planificación de sus clases y, el segundo, es en la etapa posterior a la implementación.

		<p>CRE 4. Relación con Competencia Matemática Establecen una relación estrecha entre la competencia matemática y la reflexiva, considerando que ambas son necesarias para lograr mejorar la práctica matemática en los procesos de enseñanza-aprendizaje.</p>
DPR	<p>Dificultades para la reflexión Se refiere a factores que influyen de manera negativa en el desarrollo de la competencia reflexiva.</p>	<p>DPR1. Baja orientación de sus profesores. Se refieren a las debilidades que ellos observan en sus docentes, que se transforma en una dificultad para que ellos desarrollen esta competencia. Valoran positivamente la competencia matemática de sus profesores de asignatura pero, a la vez, observan una carencia de competencia reflexiva en algunos de ellos, lo que provoca una carencia en las propuestas de tareas que permitan el desarrollo de la reflexión. Además, respecto a los profesores supervisores¹, indican que no reciben orientaciones respecto a qué y cómo observar en los procesos de práctica. Finalmente, del profesor guía, indican que los espacios de reflexión quedan a su criterio, así como las oportunidades de intervención que ellos les entregan.</p> <p>DPR3. Baja experiencia Creen que la experiencia que adquieren en cuanto a variedad de niveles conocidos es baja. Durante su trayectoria la mayoría de las y los alumnos repiten los mismos cursos lo que les hace sentir con poca experiencia.</p> <p>DPR4. Poco tiempo de práctica Consideran que el tiempo que asisten a prácticas (dos horas una vez por semana en cada semestre) no les permite desarrollarse por completo. Solo en el último semestre, donde realizan su práctica profesional, deben asistir 20 horas cada semana. Ven como una situación ideal, que las horas de práctica aumenten de manera progresiva y al mismo tiempo aumente la complejidad de estas.</p> <p>DPR5. Mala evaluación Indican que cuando les evalúan sus prácticas no siempre les otorgan espacios para reflexionar, esto depende de la iniciativa de cada profesor. En relación a las simulaciones de clases que implementan en las cátedras de la universidad, consideran que sus reflexiones no deberían influir en la calificación del compañero (a), ya que de esta manera habría mayor participación y sus valoraciones serían más objetivas.</p>
TDT	<p>Tipos de tareas Se refiere a distintas actividades que los futuros profesores consideran que les ha permitido desarrollar la competencia reflexiva en alguna medida</p>	<p>TDT1. Simulación de clases Se refiere a una tarea de asignatura realizada en 1º, 2º y 3º año de la carrera, donde se solicita a cada estudiante que prepare una clase y la realice pensando que sus compañeros son los niños (alumnos). Los análisis se realizan de forma oral, en el momento, y la participación con comentarios de la clase es voluntaria. El alumno que hace la clase es evaluado a través de una pauta de evaluación con criterios (sobre momentos de la clase) e indicadores de logro (no logrado, medianamente logrado, logrado).</p> <p>TDT2. Clase abierta Es una tarea de asignatura llevada a la práctica, realizada en el</p>

¹ Académicos de la universidad que supervisan sus prácticas en dos o tres ocasiones durante el semestre y evalúan una intervención.

2º año de la carrera. En grupos de trabajo planifican una clase y uno de los integrantes realiza la clase en un centro de práctica (situación real). El resto de los integrantes del grupo, en conjunto con el profesor, van a observar la clase para dar una valoración de esta. Dicha valoración se orienta con una lista de cotejo y, además, se realiza un análisis FODA (fortalezas, oportunidades, debilidades, amenazas).

TDT3. Resolución de problemas

Tarea dada en asignaturas de matemática, la tarea de resolución de problemas se la han presentado de dos formas. Una de ellas es resolver un problema con su propio planteamiento, presentando cómo lo resolverían y discutiendo sobre la lógica utilizada. En la otra forma, se les presenta un problema preguntándoles cuáles creen que podrían ser las respuestas de los niños, solicitándole a cada futuro profesor que como mínimo presente dos posibles respuestas. Las reflexiones se realizaban con las orientaciones verbales que surgen con las respuestas dadas. Tarea realizada en 2º, 3º y 4º año de carrera.

TDT4. Análisis de filmaciones

Un profesor de práctica filmaba la intervención didáctica de un alumno para luego analizar la filmación en conjunto con el resto de los compañeros. El análisis se realiza de manera oral, con participación voluntaria, y debían reflexionar sobre los momentos de la clase (inicio, desarrollo y cierre). Tarea realizada en el 2º año de carrera.

TDT5. Análisis de clase pública

Clase realizada por una estudiante de la carrera, con la participación de alumnos de un colegio determinado, se desarrolla en la universidad y es una clase pública dirigida a todos los estudiantes de pedagogía general básica con mención en matemática, profesores de la universidad y profesores de distintos establecimientos que quieran participar. El análisis se realiza una vez finalizada la clase, con participación voluntaria. Les pedían comentar sobre la metodología y la lógica de resolución de problemas. Tarea realizada en el 3º año de carrera.

TDT6. Análisis de caso

Dentro de su práctica debían buscar una situación que ellos consideraran problemática. Algunos de ellos, vieron temas relacionados con aprendizaje matemático de algún contenido, pero la tarea era abierta, podía ser un problema institucional, algo relacionado con otra área de estudio, problemas de disciplina, etc. Debían, buscar teoría que les permitiera conocer más el problema y plantear soluciones. Esta actividad es valorada como una buena oportunidad de reflexión, la cual se orientaría a través de la pauta de evaluación que les entrega la docente. Tarea realizada en 2º, 3º y 4º año de carrera.

TDT7. Análisis de intervención

Este tipo de tarea se da con más fuerza en los últimos años de carrera, pero se ha desarrollado desde 2º año de carrera. Estas intervenciones las realizan en sus centros de práctica. Lo valoran como una buena oportunidad para reflexionar, pero indican que los profesores no le exigen una reflexión sistemática, por lo tanto, solo se hace cuando los supervisan, a través de una pauta de evaluación, o por iniciativa personal.

TDT8. Bitácoras

Tarea realizada desde 1º año de carrera, cuando deben realizar horas de práctica de observación en los centros educativos. Deben escribir en un cuaderno lo que observan y, luego de los

años de experiencia, aseguran estar desconformes con sus observaciones, ya que apuntaban a detalles sin relevancia.

- *Entrevista*

La tabla 7 muestra la descripción de las categorías que surgen del discurso de la profesora.

Tabla 7

Descripción de categorías y subcategorías de la entrevista

CÓDIGO	CATEGORÍA	SUBCATEGORÍA
CRP	Conceptualización de reflexión profesora Descripción de lo que piensa sobre esta competencia en la formación del profesorado.	CRP1. Enseñanza por competencias. Lo describe como un cambio de paradigma, con procesos de enseñanza-aprendizaje relacionados con la complejidad. Considera que en la formación de profesores se deben desarrollar competencias que les permita atender rápidamente a los cambios de los niños, los cuales van de la mano con los cambios tecnológicos o científicos. Cree que la teoría que nace en el área de la didáctica de la matemática entrega ciertas competencias a desarrollar que pueden entregar identidad profesional.
		CRP2. Valoración Considera que pertenece a una corriente nueva, con pocas evidencias científicas. Sin embargo, cree que es importante desarrollar esta competencia en los futuros profesores, recalando la dificultad que existe a la hora de proponer acciones.
		CRP3. Escenarios de desarrollo. Se señala la práctica en centros educativos como principal escenario de desarrollo y, además, el trabajo realizado en las asignaturas. Considera necesario mantener el vínculo entre la universidad, centros de prácticas y el mundo investigativo para potenciar estos escenarios.
FAA	Falta de acuerdos académicos	No es un tema conversado entre los integrantes del equipo formativo (académicos). Cada cual lo tiene en un plano teórico, no se operacionaliza el discurso. Da cuenta (de forma aislada) de su corriente teórica (didáctica francesa) que, según su parecer, le ha servido para trabajar esta competencia.
T	Tareas Se refiere a lo que puede ocurrir en el futuro respecto al desarrollo de esta competencia en su escuela de formación. Entrega, además, algunas percepciones de lo que ha ocurrido con actividades que ha implementado para desarrollar esta competencia.	T.1. Diseño Considera que a futuro tendrán muchas oportunidades para implementar acciones, que estas acciones deben diseñarse pensando en los estudiantes que la universidad reciba. Además, nombra tareas que ella ve posibles de realizar para desarrollar la competencia reflexiva en los futuros profesores, tales como: La bitácora, indicando que estas se deben hacer bien. Y otras - sin dar mayor especificación- que permitan fomentar el cuestionamiento sobre el contenido matemático por parte de los futuros profesores.
		T.2. Rediseño

		<p>Apunta a la importancia de estar supervisando constantemente las acciones que decidan implementar para que, de esta manera, puedan replantear y mejorar detalles para conseguir un óptimo desarrollo de esta competencia.</p> <p>T.3. Rechazo de los futuros profesores Se percibe un rechazo por parte de los futuros profesores a la hora de enfrentar actividades que apuntan a desarrollar la competencia reflexiva. Considera que la formación excesiva con enfoque expositivo que traen los estudiantes, junto con una débil mirada global que tienen de la enseñanza son factores potentes a la hora del rechazo.</p>
<p>PED</p>	<p>Pautas de evaluación débiles Señala dos dificultades. Por una parte observa que los profesores guías se sienten descontentos con los procesos de evaluación que la universidad les exige y, por otra parte, entre los académicos, han discutido sobre las dificultades que existen al intentar observar indicadores muy amplios dentro de los instrumentos de evaluación que ellos han creado, pero no se llevan a cabo acciones de cambio</p>	

Estas categorías nos permiten realizar la primera fase del proceso de triangulación de datos (ver figura 7), donde se pueden establecer las siguientes relaciones:

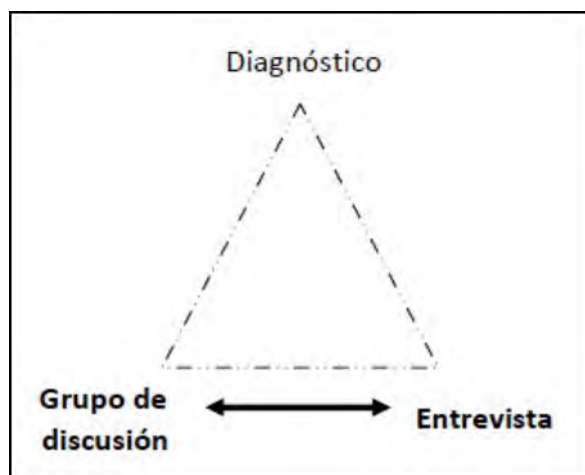


Figura 7: primera fase de la triangulación

1.1. Primera relación entre categorías: conceptualización de competencia de reflexión.

La primera relación que observamos entre las categorías mostradas, nos permite construir una *conceptualización de competencia de reflexión* basada en el discurso de los participantes. Las categorías CRE y CRP (ver figura 8), nos permiten asignar el siguiente significado a la competencia de reflexión, el cual fue presentado y discutido con los participantes:



Figura 8: Primera relación

“Competencia que permite reflexionar sobre la práctica pedagógica (propia o ajena) antes y después de una implementación. Es importante desarrollar dicha competencia en los futuros profesores, pero esta debe tener una estrecha relación con la competencia matemática para lograr mejorar la práctica”

Podemos ampliar tres ideas centrales de esta conceptualización:

1. Reflexión sobre la práctica (propia o ajena). A través de esta idea, vemos que los participantes se abren a la posibilidad de movilizar esta competencia en un espacio

de diálogo. Los estudiantes pusieron mucho énfasis sobre la importancia de reflexionar sobre sus prácticas en conjunto con otros, justificando que el diálogo que se genera en un grupo de personas permite una reflexión mucho más objetiva. Este planteamiento va en línea con lo que plantea el Ministerio de educación en Chile en los estándares que permiten orientar la formación inicial de los futuros profesores, así como también, en lo que describen en el dominio D del marco de la buena enseñanza² para orientar el desempeño de profesores en ejercicio.

2. Reflexionar antes y después de una implementación. Bajo esta perspectiva los participantes visualizan dos claras oportunidades de reflexión. Desde una mirada formativa, cuando se habla de un “antes”, vemos la necesidad de entregar orientaciones que les permita reflexionar en el momento en que los estudiantes planifican sus unidades didácticas y, cuando se habla de un “después”, vemos la necesidad de generar espacios que permitan discutir con una mirada crítica sobre lo que se esperaba realizar y lo que se realizó en el aula. Autores como Perrenoud (2004), plantean que este último ejercicio es un gran desafío, ya que lograr desprenderse de sus intenciones para ver con objetividad lo que realmente ha ocurrido, no es una tarea sencilla. Por esta razón, este autor propone que quién quiera reflexionar sobre su práctica puede filmar una clase y luego ver con detalle lo que se ha realizado.

3. Relación con la competencia matemática para lograr mejoras. Los participantes del estudio consideran que la movilización de la competencia en estudio tiene un objetivo, que es mejorar los procesos de instrucción. Por esta razón, y dado que

² Instrumento elaborado por el Ministerio de educación de Chile para contribuir al mejoramiento de la enseñanza guiando a profesores jóvenes y experimentados para que sean más efectivos. Es un marco que le permite a cada docente enfocar sus esfuerzos de mejoramiento, asumir la riqueza de la profesión docente, mirarse a sí mismos, evaluar su desempeño y potenciar su desarrollo profesional, para mejorar la calidad de la educación.

estamos hablando de procesos de instrucción matemática, consideran que la competencia de reflexión se moviliza en conjunto con la competencia matemática. Un ejemplo de cómo los participantes fundamentan esto lo podemos ver en esta intervención:

A4: “Mi tutor del año pasado era un poco cuadrado o muy elaborado. El veía qué niño estaban en qué nivel, qué procedimiento usaban para resolver problemas. Entonces, él reflexionaba sobre qué tenía que trabajar más, dónde les costaba más a los niños y cuánto podía exigirles. Hacía un seguimiento y después decía cuántos están en un nivel avanzado o intermedio, cuáles todavía usan palitos para sumar y esas cosas. Entonces, en ese sentido es reflexivo, pero creo que si no tiene la competencia matemática no lograría llegar a esas conclusiones.

Cabe destacar, que si comparamos la conceptualización de competencia reflexiva que surge en este estudio con lo que plantea el Ministerio de Educación de Chile a través de los estándares orientadores, vemos que existen similitudes:

“Es capaz de analizar y reflexionar individual y colectivamente sobre su práctica pedagógica y sobre los resultados de aprendizaje de sus estudiantes. Puede proponer cambios a partir de juicios fundados sobre la base de los estándares profesionales, los resultados de aprendizaje de los estudiantes, la retroalimentación de otros docentes y de las necesidades y expectativas del establecimiento educacional” (Mineduc, 2012).

Al leer esto, vemos que la idea de movilizar la competencia de reflexión de manera individual y colectiva está presente en ambas conceptualizaciones. Lo mismo ocurre con la idea de otorgarle a esta competencia la responsabilidad de mejorar la práctica a través de nuevas propuestas o cambios. Sin embargo, es necesario conocer en profundidad la

propuesta de estándares orientadores que presenta el Ministerio de Educación de Chile, para reconocer que ellos también consideran necesario vincular la competencia de reflexión con la competencia matemática (entre otras disciplinas), lo que se puede comprender cuando explican que los egresados de las carreras de Pedagogía General Básica deben saber articular los estándares pedagógicos y disciplinarios.

1.2. Segunda relación entre categorías: debilidades para el desarrollo de la competencia de reflexión.

Estas dificultades (DRP) se logran explicar a través de las relaciones establecidas con tres categorías que surgen del discurso de la profesora (ver figura 9). La primera relación se establece entre la *baja orientación de sus profesores y falta de acuerdos académicos* para el desarrollo de la competencia de reflexión. Con ella nos damos cuenta de la escasa presencia de un marco de referencia que oriente los procesos de formación académica que reciben los futuros profesores. La segunda relación explica el *rechazo* que tienen los futuros profesores hacia las tareas que propone la profesora para reflexionar, los estudiantes manifiestan que:

- Debido al *poco tiempo de práctica*, no logran observar el proceso completo de la implementación de una unidad didáctica. Esto significa que no logran observar el progreso de un contenido matemático.
- Su limitada *experiencia* les provoca inseguridad para desarrollar tareas donde les piden sus valoraciones respecto a una práctica matemática. Según los estudiantes, la baja experiencia que tienen se debe a la mala organización que existe por parte de la institución formadora al momento de designar los centros

de práctica. Esta sub-categoría se puede evidenciar a través de intervenciones como esta: *“a mí me paso que he tenido práctica en primero, segundo y octavo, entonces en los otros cursos todavía ando volando”* (tres cursos de 6 prácticas).

- La *“mala” evaluación* que, según ellos, reciben les lleva a no querer expresar públicamente las valoraciones que ellos tienen respecto a una práctica matemática. Consideran que cuando hacen simulaciones de clases y les piden que valoren su práctica o la de otros, sus comentarios inciden en la calificación que reciben, es decir, se les evalúa por la implementación de la clase y no por las reflexiones que surgen de la implementación. Esto se puede evidenciar en discursos como este: *“Yo creo que la reflexión no debería influir en la nota, para atreverse a decir todo, si no influye en la calificación sería mucho más franca, mucho más sincera”*.

La tercera relación nos permite ratificar que los procesos evaluativos presentan dificultades. Ya que la mala evaluación mencionada en el punto anterior se relaciona directamente con la categoría de *pautas de evaluación débiles* que menciona la profesora a través intervenciones como esta: *“los instrumentos los encuentro muy amplios”, “cuando uno los tiene y los realiza los encuentra bien, pero cuando tú los vas a aplicar encuentras que hay una serie de cosas que no puedes observar o no puedes calificar o evaluar de acuerdo con los indicadores que tienes”*

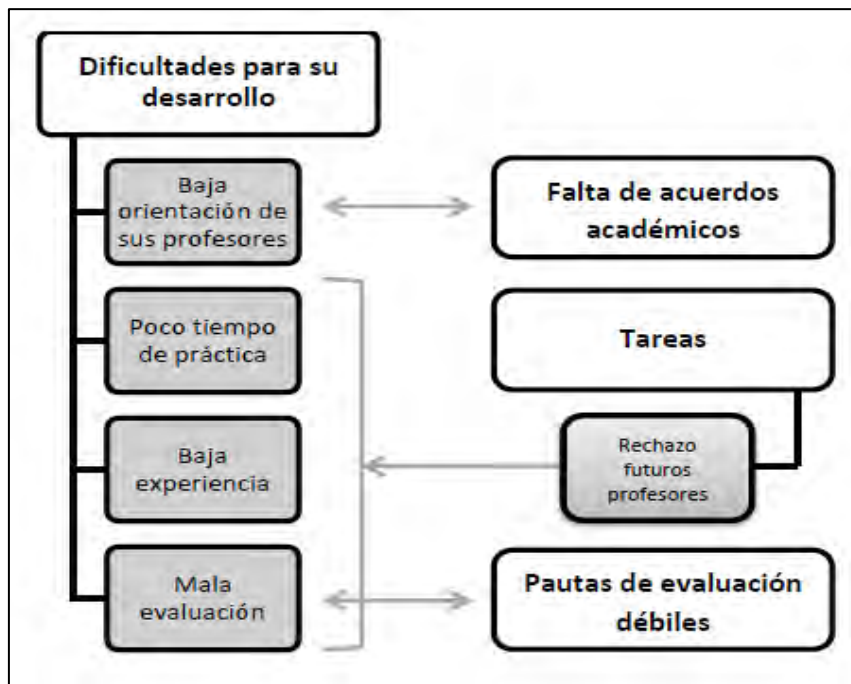


Figura 10: segunda relación

1.3. Tercera relación entre categorías: Oportunidades para el desarrollo de la competencia de reflexión.

La tercera relación hace referencia a las tareas (ver figura 10). En el discurso de los estudiantes nos encontramos con diversas tareas que han desarrollado en su proceso de formación que, pese a que se trabajaron con escasas orientaciones, reciben una buena valoración por parte de los estudiantes, ya que consideran que si contaran con mejores herramientas para reflexionar se transformarían en verdaderas oportunidades para desarrollar la competencia en estudio. Por su parte, la profesora manifiesta que en el futuro será necesario diseñar tareas que sean específicas para la reflexión y, además, señala que es importante supervisar las implementaciones de estas para mejorar su diseño cuando sea necesario.

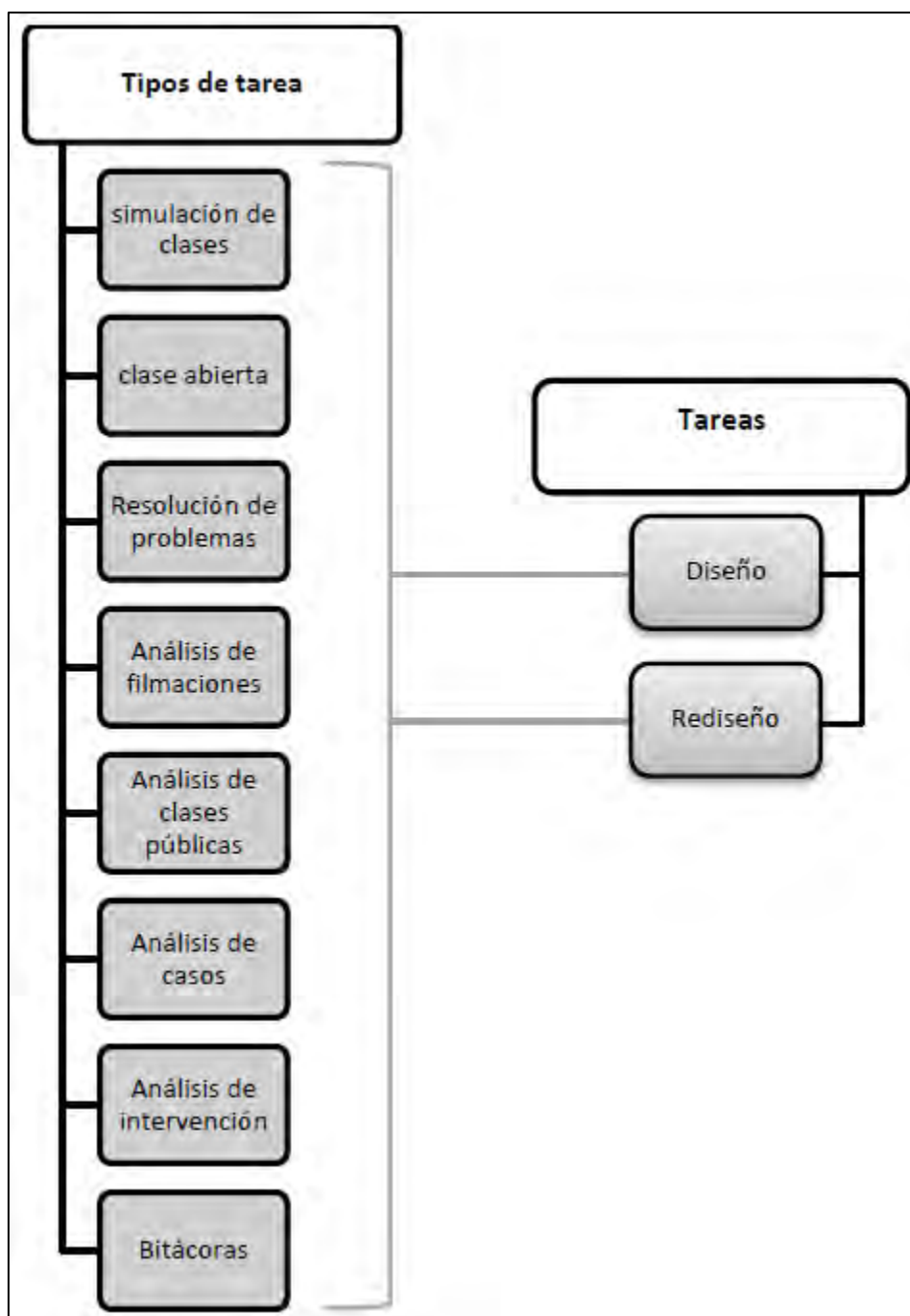


Figura 10: Tercera relación

2. RESULTADOS DEL OBJETIVO ESPECÍFICO 2

El segundo y último objetivo específico de esta fase, pretendía diagnosticar el nivel de competencia que manifiestan los futuros profesores al llegar al segundo semestre del cuarto año de carrera.

Al recoger la información del diagnóstico (Los detalles se han entregado en el capítulo 5), fue necesario realizar un proceso de categorización que tomó como punto de partida las producciones, afirmaciones, valoraciones, etc. de los futuros profesores. Para hacer operativo este proceso, se realizó una agrupación de afirmaciones utilizando las facetas (o miradas) del modelo del conocimiento didáctico-matemático (CDM) propuesto por Godino (2009) dentro del marco del Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (Godino, Batanero y Font, 2007). Las reflexiones entregadas por los futuros profesores en sus hojas de trabajo se agruparon según estas seis facetas que han sido descritas en el marco teórico de este trabajo (epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, emocional y ecológica).

En la tabla 8 presentamos de manera general los resultados de todo el grupo (17 futuros profesores).

Tabla 8

Categorías en las reflexiones de futuros profesores

Alumno (a)	CATEGORÍAS						Total
	Faceta epistemológica	Faceta cognitiva	Faceta mediacional	Faceta emocional	Faceta interaccional	Faceta ecológica	
A1	*	*			*		3
A2		*				*	2
A3				*	*		2
A4	*	*	*	*	*		5
A5	*			*	*		3
A6			*	*			2
A7		*		*	*		3
A8		*			*		2
A9	*					*	2
A10	*	*	*	*	*		5
A11	*			*	*		3

A12			*			1
A13					*	1
A14			*		*	2
A15		*			*	2
A16	*	*			*	3
A17			*			1
Total	7	8	5	8	13	1

Si se hace una mirada a todo el grupo de participantes, la categoría que tiene mayor presencia en los registros entregados es la de faceta interaccional, presente en los comentarios de 13 futuros profesores. Por el contrario, la categoría con menos presencia es la ecológica, que solo ha estado presente en uno de los participantes. En cuanto a las otras categorías (faceta epistémica, cognitiva, mediacional y emocional), aparecen en menos de la mitad del grupo. La preponderancia de evidencias relacionadas con la faceta interaccional, en cierta manera, es un resultado esperable por dos razones:

- 1) La tarea propuesta era un episodio de clase videograbado, en este tipo de registro es más fácil observar aspectos de la interacción que otros.
- 2) Los aspectos interaccionales, en general, son más evidentes que otros porque su observación no requiere de muchos conocimientos disciplinares y/o curriculares.

Se observa que solo 2 de 17 participantes contemplan en su reflexión 5 de las 6 perspectivas (facetas), y que el resto de los participantes (15) contemplan un máximo de 3 miradas (facetas) en sus respuestas. Cabe destacar que cada una de las facetas encontradas en los distintos participantes se halla implícita. Por otra parte, lo que prima en sus discursos es la descripción y, en pocas ocasiones, la explicación. Hay que resaltar que ninguno llega a la valoración ni a la formulación de propuestas de mejoras.

Al analizar por separado los resultados de cada estudiante, obtenemos evidencia que nos permite relacionarla con los niveles de desarrollo de competencia de reflexión que se han presentado en la caracterización de competencia descrita en el capítulo 3 de este

trabajo. De esta manera, vemos que todos los estudiantes se hallan en el nivel de desarrollo N1, dado que ninguno de ellos hace análisis explícitos (sean descriptivos, explicativos o valorativos) en los que se contemplen las seis facetas.

En este estudio se corrobora la afirmación de Ramos y Font (2008) de que los profesores utilizan, de manera explícita o implícita, alguna de las seis facetas comentadas anteriormente cuando analizan procesos de instrucción, observando que ocurre lo mismo en un grupo de futuros profesores. Por otra parte, también se corrobora que si bien un participante puede poner énfasis en solo alguna de las facetas, cuando se mira a todo el grupo, lo más probable es que aparezcan las seis facetas.

3. TRIANGULACIÓN DE DATOS Y CONCLUSIONES

Una vez obtenidos los resultados del diagnóstico, podemos llevar a cabo la última etapa del proceso de triangulación de datos (ver figura 11) y, de esta manera, dar respuesta a la pregunta ¿cómo se ha desarrollado la competencia de reflexión en años anteriores?

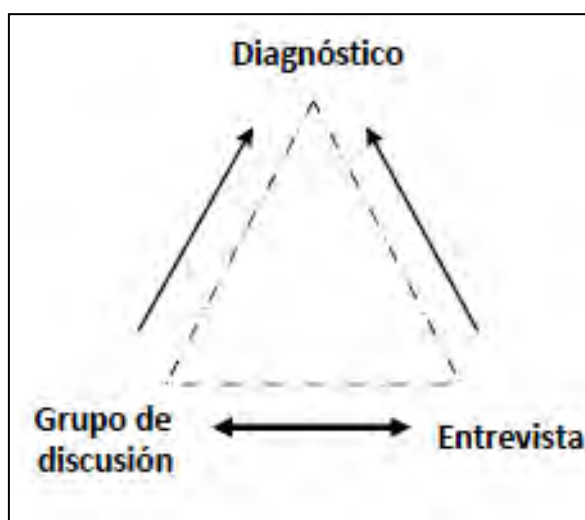


Figura 11: triangulación final

Con los datos descritos anteriormente, podemos concluir que los bajos resultados de los futuros profesores en la actividad diagnóstica implementada, se explica con las dificultades que emergen desde el discurso de la profesora y los estudiantes que participaron en el estudio, que son: baja orientación para la reflexión, poco tiempo de práctica, baja experiencia, mala evaluación y falta de acuerdos académicos para desarrollar la competencia de reflexión. Los hallazgos de estas dificultades dan cuenta de lo que plantean algunos autores. Por una parte, podemos ver que los procesos formativos que se llevan a cabo en la institución donde se desenvuelven los participantes del estudio, no han alcanzado lo que Cano (2011) llama cambio de modelo (el paso de un currículum por objetivos a uno por competencias). Vemos, entonces, que no existe un trabajo explícito e intencionado para el desarrollo de la competencia de reflexión, lo que se puede percibir a través del discurso de los estudiantes y de la profesora. Por otra parte, consideramos que los datos obtenidos le entregan mayor relevancia a lo que manifiesta Perrenoud (2004) respecto la necesidad de contar con un marco de referencia que permita orientar los procesos reflexivos. Por último, cuando vemos la baja valoración que entregan los estudiantes a las orientaciones que reciben para desarrollar tareas que exigen reflexionar, vemos que los procesos formativos que se han llevado a cabo hasta ahora se contradicen con lo que plantea Domingo (2009), respecto a la “transparencia disciplinar” que debe tener un docente universitario. Dicha transparencia implica no solo decir qué hay que hacer con las tareas, sino que además les debe orientar sobre cómo realizarlas.

Como podemos ver, el diagnóstico muestra unos bajos resultados en la competencia reflexiva de los estudiantes, lo que es contradictorio con lo que se propone la institución a través de su Proyecto Formativo (2004). Con esto, una pregunta pertinente sería ¿Cómo mejorar? Para lo cual consideramos que unos de los aspectos que podría

considerarse es que la institución planifique los sistemas y métodos para desarrollar la competencia reflexiva, entregando pautas o herramientas que orienten la reflexión, en este caso, dicha planificación se puede observar en el capítulo 8 de la investigación.

Cabe destacar que esta primera fase no solo aportó información relacionada con las dificultades para desarrollar la competencia en estudio, sino que, además, fue relevante para encontrar lo que hemos llamado “*oportunidades para desarrollar la competencia de reflexión*”. Se trata de los tipos de tareas que fueron bien valoradas por los estudiantes para el desarrollo de esta competencia las que, a juicio de los estudiantes, se convertirían en buenas oportunidades si contaran con orientaciones académicas que les permitan abordarlas con éxito. Estas son: simulación de clases, clase abierta, resolución de problemas, análisis de filmaciones, análisis de clases públicas, análisis de caso, análisis de intervención, bitácoras (descritos en la tabla 6).

Así mismo, dado a las orientaciones que seguimos a través de nuestro marco de referencia y a las características de la capacitación que la profesora recibió, se consideró que una manera de abordar las dificultades y el bajo nivel de competencia observado en esta fase, era a través de la instrumentalización de tareas que tuviesen un propósito de reflexión de manera explícita, apoyadas de la utilización de las pautas de análisis y valoración de la Idoneidad Didáctica de un proceso de instrucción, propuestas en Godino, Bencomo, Font & Wilhelmi (2006), que permite, con más detalles, hacer una reflexión de la práctica, abordando diversas facetas (epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, emocional y ecológica) que están presentes en el contexto de una clase de matemáticas.

CAPÍTULO 7

FORMACIÓN DE LA PROFESORA

RESUMEN

En este capítulo se explica el diseño y la implementación del curso de formación a la que asistió la profesora que participó en esta investigación. El contexto institucional donde se realizó fue el programa de Magister de Educación Matemática de la Universidad de Los Lagos, del cual la profesora era alumna. En concreto, fue en un curso en el que se le explicó el modelo de análisis didáctico propuesto por el EOS. Se trata de un curso pensado para desarrollar la competencia de análisis didáctico de los participantes (competencia reflexiva), siendo uno de sus componentes la valoración de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas utilizando los criterios de idoneidad propuestos por el EOS.

En esta sección explicaremos la implementación de una parte del curso que es la que nos interesa para nuestra investigación, en concreto la relacionada con el objetivo general (Conocer y aplicar herramientas para investigar episodios del aula de matemáticas) y con los dos últimos objetivos específicos (Conocer y utilizar herramientas para el análisis de la actividad matemática y en particular de la competencia matemática; Conocer y utilizar herramientas para el análisis didáctico de episodios de aula).

También se explica la sesión de retroalimentación posterior a la finalización del curso, en la que se revisaron los contenidos del curso y se seleccionaron algunos de ellos para ser enseñados en un ciclo formativo, diseñado para desarrollar la competencia de análisis didáctico en futuros profesores y que sería implementado por la profesora.

1. FASES DE LA FORMACIÓN DE LA PROFESORA

En el segundo objetivo general de esta investigación nos propusimos *Investigar el desarrollo de la competencia reflexiva de una formadora de futuros profesores de matemática (y también la de sus estudiantes) que participa en un dispositivo de formación cuyo foco es el diseño e implementación de un ciclo formativo para desarrollar la competencia reflexiva de sus estudiantes*. Dentro de los objetivos específicos que surgen de este objetivo general nos encontrábamos con que, el primero, buscaba *Describir, diseñar e implementar un dispositivo de formación para desarrollar la competencia reflexiva en una profesora* y, el segundo, pretendía *Analizar la implementación del ciclo formativo diseñado por la profesora luego de recibir una formación*. Para ello, se consideró que la formación de la profesora debía contar con las siguientes fases:

1) Formación inicial sobre análisis didáctico de episodios de clases, en particular sobre los criterios de idoneidad didáctica.

2) Asesoramiento a la profesora en la transposición de algunos contenidos (presentes en la formación inicial, en particular los criterios de idoneidad didáctica) al diseño de un ciclo formativo para desarrollar y evaluar la competencia reflexiva en sus estudiantes.

-
- 3) Aplicación de los criterios de idoneidad para valorar el ciclo implementado por la profesora.
 - 4) Triangulación de la valoración de la idoneidad didáctica realizada por la profesora con la valoración de la idoneidad didáctica realizada por la investigadora.
 - 5) Rediseño del ciclo formativo teniendo en cuenta los criterios de idoneidad para mejorar aquellos que habían tenido menor valoración.

En este capítulo se comenta con detalle la formación recibida en la fase de formación 1 y 2 dado que las otras, por sus características, serán comentadas en los capítulos posteriores donde se explica el diseño, implementación y rediseño del ciclo formativo.

2. CONTEXTO INSTITUCIONAL DE LA FORMACIÓN RECIBIDA POR LA PROFESORA

A continuación sigue el programa del curso electivo de la especialidad *Análisis didáctico de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas* (ver tabla 8), impartido por un experto en el Enfoque Ontosemiótico, en la Universidad de los Lagos (Sede de Santiago) en marzo de 2014:

Tabla 8

Programa de estudio en el que se forma a la profesora

MAGISTER EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA PROGRAMA DE ESTUDIO
NOMBRE DEL CURSO: ELECTIVO DE LA ESPECIALIDAD (Análisis didáctico de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas)
ACADÉMICO/A: Experto en el Enfoque Ontosemiótico
SEMESTRE: Primer semestre
DESCRIPTOR

Es necesario que los investigadores conozcan herramientas para analizar episodios de aula. Dichas herramientas son diferentes según el enfoque teórico que se considere. El curso se estructura en los siguientes bloques: 1) Epistemología de la Didáctica de las Matemáticas, 2) La actividad matemática, 3) Desarrollo y evaluación de la competencia matemática y 4) Análisis didáctico de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

OBJETIVOS

Objetivo general

Conocer y aplicar herramientas para investigar episodios del aula de matemáticas.

Objetivos específicos:

Realizar una aproximación a las diferentes perspectivas teóricas en el área de la educación matemática. Conocer y utilizar herramientas para el análisis de la actividad matemática y en particular de la competencia matemática

Conocer y utilizar herramientas para el análisis didáctico de episodios de aula.

CONTENIDOS

1) Epistemología de la Didáctica de las Matemáticas

- Didáctica de las Matemáticas y Educación Matemática
- Consolidación institucional y diversidad de programas de investigación en la Didáctica de las Matemáticas entendida como ciencia
- Explicación versus comprensión en las Ciencias Sociales
- La comprensión como “empatía” y la comprensión como “conocimiento de las reglas del juego de lenguaje”.
- Enfoques positivista, interpretativo y crítico en las Ciencias Sociales.
- Marcos teóricos generales, específicos del área y teoría fundamentada
- Programas de investigación locales, semi globales y globales.
- El problema de la comparación y coordinación de enfoques teóricos.
- Ejemplos de coordinación.

2) La actividad matemática.

- Práctica matemática,
- Configuración de objetos primarios (epistémica y cognitiva)
- Procesos matemáticos.
- Profundización en los siguientes aspectos esenciales de la actividad matemática: Representación, metáfora, particular-general, contexto e intuición

3) Desarrollo y evaluación de la competencia matemática

4) Análisis didáctico de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

- Niveles de análisis didáctico: análisis de la actividad matemática, análisis de la interacción, análisis de la dimensión normativa y valoración de la calidad
 - Criterios de idoneidad didáctica.
 - Ejemplos de análisis de episodios de aula
-

ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS

La metodología del curso será teórico práctica, incluyendo exposiciones y actividades orientadas a propiciar la reflexión de los participantes. Se realizarán trabajos grupales y exposiciones y debates en torno a las actividades propuestas.

El curso incluirá clases presenciales y horas de trabajo autónomo. El trabajo autónomo consistirá en la lectura de documentos y en la realización de tareas en base a consignas.

ESTRATEGIAS EVALUATIVAS

- Trabajos de reflexión y análisis en torno a los materiales docentes.
 - Trabajos concretos sobre análisis y valoración de episodios de aula y de unidades didácticas.
 - Participación en las actividades de clase.
-

BIBLIOGRAFÍA OBLIGATORIA

Font, V. (2002). Una organización de los programas de investigación en Didáctica de las Matemáticas. Revista EMA, 7 (2), 127-170.

Font, V., Planas, N. y Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. Infancia y Aprendizaje, 33(1), 89-105.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2008). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. Acta Scientiae. Revista de Ensino de Ciências e Matemática, 10, 7-37.

Bibliografía complementaria

Badillo, E.; Figueiras, L.; Font, V.; Martínez, M. (2013): Visualización gráfica y análisis comparativo de la práctica matemática en el aula. *Enseñanza de las Ciencias*, 31 (3), 207-225.

Drijvers, P. Godino, J. D., Font, V. & Trouche, L. (2013). One episode, two lenses. A reflective analysis of student learning with computer algebra from instrumental and onto-semiotic perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 23–49. The final publication is available at www.springerlink.com.

Font, V., Godino, J. D. y Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 97–124.

En este curso se explicó el modelo de análisis didáctico propuesto por el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (Font, Planas y Godino, 2010; Pochulu y Font, 2011; Contreras, García y Font, 2012), que considera cinco niveles o tipos de análisis sobre los procesos de instrucción:

- 1) Identificación de prácticas matemáticas.
- 2) Elaboración de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos.
- 3) Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas.
- 4) Identificación del sistema de normas y metanormas.
- 5) Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de instrucción.

El primer nivel de análisis explora las prácticas matemáticas realizadas en un proceso de instrucción matemático. Este primer nivel de análisis se puede entender como la narración que haría un profesor para explicar a otro profesor lo que ha sucedido desde el punto de vista matemático. El análisis didáctico debe progresar desde la situación problema y las prácticas matemáticas necesarias para su resolución (nivel 1) a los objetos y procesos matemáticos que posibilitan dichas prácticas. El segundo nivel de análisis se centra en los objetos y procesos matemáticos que intervienen en la

realización de las prácticas, así como los que emergen de ellas. Dado que el estudio de las matemáticas tiene lugar usualmente bajo la dirección de un profesor y en interacción con otros estudiantes, se debe progresar hacia el estudio de la interacción. El tercer nivel de análisis didáctico está orientado, sobre todo, a la descripción de los patrones de interacción, a las configuraciones didácticas y su articulación secuencial en trayectorias didácticas (nivel 3); las configuraciones y trayectorias están condicionadas y soportadas por una trama de normas y metanormas que no sólo regulan la dimensión epistémica de los procesos de instrucción (niveles 1 y 2), sino también otras dimensiones de estos procesos (cognitiva, afectiva, etc.). El cuarto nivel de análisis estudia dicha trama.

Los cuatro primeros niveles de análisis son herramientas para una didáctica descriptiva-explicativa, mientras que el quinto se centra en la valoración de la idoneidad didáctica. Este último nivel se basa en los cuatro análisis previos y es una síntesis orientada a la identificación de mejoras potenciales del proceso de instrucción en nuevas implementaciones.

Por una parte, el análisis de las prácticas, objetos y procesos matemáticos permite describir las matemáticas del proceso de instrucción analizado, mientras que el de las interacciones y de la dimensión normativa permite describir la interacción producida en el proceso de instrucción y las normas que la regulan. Por último, los criterios de idoneidad implican la incorporación de una racionalidad axiológica en la educación matemática que permita el análisis, la crítica, la justificación de la elección de los medios y de los fines, la justificación del cambio, etc.

Según explicó el profesor que impartió el curso, la primera parte de la secuencia de tareas diseñadas para explicar este modelo de análisis didáctico se adoptó del ciclo formativo descrito en Rubio (2012). Dicho ciclo se organizó sobre dos de las

asignaturas del máster de Formación de Profesores de Secundaria de Matemáticas de la Universitat de Barcelona: Innovación e investigación sobre la propia práctica y Didáctica de las Matemáticas en la Enseñanza Secundaria Obligatoria y en el Bachillerato. La segunda parte de la secuencia de tareas se adaptó de la asignatura Innovación e Investigación en Educación Matemática del “Màster Interuniversitari de Formació de Professorat d'Eucació Secundària Obligatòria i Batxillerat, Formació Professional i Ensenyaments d'Idiomes. Especialitat de Matemàtiques” de Catalunya (España).

3. IMPLEMENTACIÓN DE LA SECUENCIA DE TAREAS

La descripción de la implementación se hace en forma de narración, la cual se ha elaborado a partir de las diapositivas del curso suministradas por el propio profesor y de la narración que hizo el profesor que impartió el curso a la investigadora (la cual fue grabada en audio). Dado que esta narración se produjo varios meses después de haberse impartido el curso, se trata de una narración realizada a posteriori basada en los recuerdos del profesor y del material suministrado a los alumnos que participaron.

La implementación se inició proponiendo a los participantes el análisis de un episodio sin explicación previa de elementos teóricos. El objetivo era conocer su competencia inicial en análisis didáctico de procesos de instrucción.

Episodio inicial

En concreto, se les propuso la lectura y análisis de un episodio descrito en Font, Planas y Godino (2010) — en este episodio un grupo de tres alumnos de 15-16 años resuelven

un problema contextualizado en una clase de cuarto de Enseñanza Secundaria Obligatoria (ESO) (España) durante diez minutos—. Este primer análisis se debía realizar a partir de su experiencia previa. El proceso seguido fue el siguiente (en el Anexo 5 y Anexo 6 están las hojas de trabajo entregadas a los participantes):

1. Lectura individual del contexto del problema y de la transcripción.
2. Formación de grupos de 3-4 personas.
3. Análisis didáctico del episodio de clase en grupo.
4. Elaboración de conclusiones.
5. Presentación a los otros grupos de las conclusiones.

Los participantes tuvieron en cuenta en sus análisis didácticos iniciales diferentes aspectos: Así, por ejemplo, algunos centraron su atención en el hecho de que en el episodio de clase analizado el profesor realizaba un proceso de institucionalización de la resolución de un problema; otros fijaron su atención en algunos objetos matemáticos (proporcionalidad, ecuaciones, etc.) presentes, según ellos, en la transcripción. La mayoría expresó apreciaciones negativas en torno a la práctica profesional del profesor del episodio. Para argumentarlas, mencionaron, entre otros aspectos, el hecho de que el profesor no había gestionado bien algunas intervenciones de los alumnos o bien que había creado un clima emocional desfavorable para dos de ellos. También sugirieron, en algún caso, cómo tendría que haber actuado el profesor del episodio.

En este primer análisis cada grupo de participantes utilizaron de manera implícita algunos de los niveles didácticos del modelo de análisis descrito en Font, Planas y Godino (2010) – 1) Análisis de las prácticas matemáticas; 2) Análisis de objetos y

procesos matemáticos activados en dichas prácticas; 3) Análisis de interacciones didácticas y de conflictos; 4) Identificación del sistema de normas que condicionan y hacen posible el proceso de instrucción; 5) Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de instrucción— y en la puesta en común del gran grupo se observó que, si bien cada grupo no utilizó todos estos niveles de análisis didáctico, todos ellos aparecieron, implícita o explícitamente, en la puesta en común porque fueron utilizados por alguno de los grupos.

El profesor les hizo observar a los participantes que los niveles de análisis 1-4 son herramientas para una didáctica descriptiva explicativa (para comprender) que permite responder a la pregunta ¿Qué está pasando (y por qué) aquí? Mientras que el nivel de análisis 5 pretende ser una herramienta para una didáctica prescriptiva (para evaluar y para indicar el camino a seguir) que permite responder a la pregunta ¿Qué se debería hacer?

A continuación el profesor puso el foco de atención en la valoración dispar que se había hecho de la gestión del profesor del episodio analizado. Hizo observar que un grupo la valoraba positivamente y que otros dos grupos la valoraban negativamente. Como resultado de la discusión que se produjo al final se llegó a un consenso de que se podía valorar negativamente la gestión del profesor porque ésta había producido la exclusión de dos de los alumnos. Una vez llegados a este acuerdo, el profesor les hizo observar que se había llegado a él porque habían asumido una “moda” que actualmente hay en la enseñanza de las matemáticas, que él llamó el principio de equidad, que esta presenté en los currículos de la mayoría de los países que han aumentado la edad de la enseñanza obligatoria. También les hizo observar que en otra época habría estado bien vista la exclusión de los alumnos, ya que antiguamente los sistemas escolares estaban pensados para excluir a la mayoría de los alumnos de manera que fuesen pocos los que llegasen a

la universidad (solo llegaban los mejores y los otros eran apartados en el camino). A continuación les hizo observar que una primera forma de valorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas podía ser precisamente esta, es decir ver si el proceso que se quería valorar seguía alguna de las tendencias que, por diferentes medios (currículum, congresos, curso de formación, etc.) llegan al profesor sobre cómo debe ser una buena enseñanza de las matemáticas. Después el profesor que impartía el curso resaltó que hay una presión para que estas tendencias sean asumidas por los profesores en activo y tenidas en cuenta en la formación de futuros profesores, ya que se considera que la enseñanza realizada siguiendo estas tendencias es de calidad (y por tanto se convierten en retos para formación de profesores de matemáticas). Por último, comentó que estas tendencias se pueden deducir de las publicaciones más relevantes del área - por ejemplo, handbooks sobre la investigación en educación matemáticas, o publicaciones de la serie ICMI studies, o en la creación de nuevos de Topic Study Group, en los congresos más importantes del área (por ejemplo, el ICME).

Tendencias en la enseñanza de las matemáticas

Seguidamente el profesor hizo un resumen de las principales tendencias en la enseñanza de las matemáticas basándose en Font (2008). En concreto comentó las siguientes tendencias: 1) Tendencia a incorporar nuevos tipos de contenidos matemáticos. 2) Tendencia a la presentación de matemáticas contextualizadas. 3) Tendencia de tipo metodológico hacia una enseñanza-aprendizaje activa (constructivista). 4) Tendencia a la incorporación de las nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación (TICs). 5) Tendencia a dar importancia a la enseñanza de los procesos matemáticos. 6) Tendencia a considerar que Saber Matemáticas implica ser competente en su aplicación

a contextos extra-matemáticos. 7) Tendencia a aceptar el principio de Equidad en la Educación Matemática Obligatoria.

Con relación a la tendencia a incorporar contenidos de matemática discreta, el profesor comentó que los algoritmos discretos usados en las ciencias de la computación y la modelización de diversos fenómenos mediante el ordenador, ha dado lugar a un traslado de énfasis en la matemática actual hacia la matemática discreta. También comentó que determinadas partes de la matemática discreta son lo suficientemente elementales como para poder formar parte con éxito de la enseñanza no universitaria. La combinatoria clásica, así como los aspectos modernos de ella, tales como la teoría de grafos o la geometría combinatoria, podrían ser considerados como candidatos adecuados. La teoría elemental de números podría ser otro candidato.

También comentó que otra “moda” observable es la de dar más importancia a los contenidos de Geometría. La necesidad de una recuperación de los contenidos geométricos en la enseñanza matemática es algo en lo que todos los interesados en la enseñanza de las matemáticas parecen coincidir. Otra “moda” observable es la de aumentar los contenidos de Estadística y Probabilidad. Esto último es algo en lo que todos los sistemas educativos parecen concordar. Y efectivamente son muchos los países que incluyen en sus programas de enseñanza secundaria estas materias, pero en pocos esta enseñanza se lleva a cabo con la eficacia deseada.

Con relación a la segunda tendencia, el profesor comentó que muchas propuestas de secuencias didácticas dan un papel preponderante a las situaciones problemas contextualizadas y están claramente enfocadas a la emergencia de nuevos objetos matemáticos. Actualmente se observa una tendencia a la sustitución de las matemáticas formalistas por unas matemáticas más empíricas (contextualizadas, realistas, inductivas,

etc.). Estas matemáticas empíricas (contextualizadas, realistas, intuitivas, etc.) presuponen una cierta concepción empírica de las matemáticas. Es decir, una concepción que considera que las matemáticas son (o se pueden enseñar como) generalizaciones de la experiencia; una concepción de las matemáticas que supone que, al aprender matemáticas, recurrimos a nuestro bagaje de experiencias sobre el comportamiento de los objetos materiales.

Con relación a esta segunda tendencia el profesor también comentó que la unidad didáctica suele tener la siguiente estructura: a) problemas contextualizados introductorios, b) desarrollo de la unidad didáctica con problemas contextualizados de aplicación intercalados y c) problemas contextualizados de consolidación. También comentó que la metodología suele ser la siguiente: a) el profesor propone problemas contextualizados que los alumnos han de intentar resolver (normalmente en grupo). b) en el proceso de puesta en común de las soluciones, además de resolver los problemas, se van construyendo los conceptos de la unidad didáctica. c) estos conceptos se relacionan y organizan para ser primero aplicados a ejercicios y después ser utilizados en la resolución de problemas contextualizados más complejos. También resaltó que la argumentación deductiva es casi inexistente. El tipo de argumentación que se utiliza es de tipo inductivo, gráfico, etc.

Con relación a la tercera tendencia, el profesor comentó que actualmente hay una tendencia hacia una enseñanza-aprendizaje de tipo activo (constructivista). Más en general, hay una tendencia a tener en cuenta ciertos aspectos psicopedagógicos. Comentó que hay una tendencia a aceptar que el aprendizaje no es una simple reproducción del contenido que se ha de aprender, sino que implica un proceso de construcción o reconstrucción en el que las aportaciones de los alumnos juegan un papel decisivo; y resumió las principales ideas psicopedagógicas básicas que se tiende a tener

en cuenta: a) tener en cuenta los niveles de desarrollo evolutivo del alumno. b) ser consciente de la importancia que los conocimientos previos del alumno tienen con respecto al éxito de cualquier actividad de enseñanza/aprendizaje que vayamos a realizar. c) valorar la importancia que tienen los aspectos afectivos (motivacionales, emocionales) sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje. d) Tener en cuenta la zona de desarrollo próximo de Vygostsky.

Con relación a la cuarta tendencia, el profesor comentó que se observa, a nivel general, la cada vez mayor presencia de las TIC en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Esta incorporación afecta tanto a los nuevos contenidos matemáticos, como a aquellos que siempre han formado parte del currículo. La incorporación de nuevas formas de hacer matemática generadas por el uso de las TIC puede llevar a los alumnos a desarrollar nuevas maneras de pensar y de resolver determinadas tareas, dado que pueden trabajar con representaciones gráficas, testar hipótesis, realizar conjeturas, etc. El profesor también comentó que, en un primer momento, se pensaba, de manera ingenua, que todo eran ventajas cuando se incorporaban las TIC, pero después en un segundo momento, se superó esta ingenuidad, pues si bien por una parte las nuevas tecnologías aplicadas a la enseñanza de las matemáticas pueden facilitar el desarrollo de una nueva actividad matemática, también pueden generar obstáculos epistemológicos, errores y ambigüedades en la comprensión de determinados conceptos. El profesor también comentó que se observa un predominio del uso de hojas electrónicas y de programas de geometría dinámica, como Cabri-Géomètre y GeoGebra.

Con relación a la quinta tendencia, el profesor comentó que una de las tendencias actuales es la importancia que se da a la enseñanza de los procesos de pensamiento propios de las matemáticas. Ya no se considera que la enseñanza sea una mera transferencia de contenidos. Actualmente se considera que las matemáticas son una

ciencia en la que el método claramente predomina sobre el contenido. Por ello, se concede una gran importancia al estudio de los procesos matemáticos, en especial a los megaprosesos “Resolución de Problemas” y “Modelización”.

Con relación a la sexta tendencia, el profesor comentó que actualmente hay una tendencia a considerar que “saber matemáticas” incluye la competencia para aplicarlas a situaciones no matemáticas de la vida real. Esta tendencia, en algunos países, se ha concretado en el diseño de currículos basados en competencias. Resaltó que también tiene que ver con la importancia que se da, en los estudios internacionales de evaluación del sistema educativo, como es el caso de las pruebas PISA 2003, a la competencia para aplicar las matemáticas a los contextos extra matemáticos de la vida real.

Con relación a la séptima tendencia, el profesor resaltó que los diferentes países tienen tendencia a aumentar la edad en la que finaliza la enseñanza obligatoria. Este aumento de la etapa de enseñanza obligatoria conlleva: 1) que el sistema educativo tarda más a seleccionar al alumnado y 2) la diversidad propia de una etapa obligatoria está presente en edades en las que antes los grupos de alumnos eran más homogéneos. Por otra parte, el proceso de globalización en el que estamos inmersos produce, en muchos países, un aumento de la diversidad cultural. Hay, pues, una tendencia a aumentar tanto la diversidad en el ritmo de aprendizaje como la diversidad cultural. Esta diversidad es la causa de un cierto desconcierto en los profesores de la enseñanza obligatoria ante los problemas que tienen para explicar matemáticas en esta etapa.

También comentó, que ante esta diversidad, hay una tendencia a buscar la equidad en la educación matemática. Hay cierto acuerdo en que los programas de instrucción matemática deben alcanzar a todos los estudiantes cualquiera que sea el género, lengua, grupo étnico o sus diversas capacidades. Se considera que cada estudiante tiene derecho

al acceso a ideas matemáticas relevantes, a pensar de manera efectiva con estas ideas, y a aplicar sus conocimientos matemáticos más allá de los muros de la clase. Para ello es necesario que los estudiantes vean la relevancia y utilidad de las matemáticas relacionando su estudio en la escuela con el mundo exterior y empleando estrategias de enseñanza que comprometan a los estudiantes, les planteen desafíos matemáticos y mostrándoles aprecio a sus propias ideas matemáticas.

El profesor también hizo observar que, de acuerdo con este principio de equidad, hay un interés en conocer las dificultades que tienen las personas que aprenden matemáticas en situaciones de conflicto cultural, es decir, en las situaciones donde la cultura propia difiere marcadamente de la cultura de la escuela. Por ejemplo, poblaciones indígenas que se hallan en situación minoritaria o bien, como es el caso de los inmigrantes recientes en sociedades occidentales europeas. Y que para conseguir esta equidad hay que presentar a los alumnos tareas matemáticas que, por una parte, permitan una actividad matemática rica y, por otra parte, permitan la inclusión de todos los alumnos.

Se trata de conseguir la inclusión y no la exclusión de los alumnos con más dificultades sin renunciar por ello a presentar tareas que sean relevantes desde el punto de vista matemático, lo cual no es una tarea fácil.

Criterios de idoneidad didáctica

Una vez presentadas las tendencias, el profesor comentó que se podía crear un marco valorativo de la calidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, que profundizase la idea de que los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de calidad son aquellos que siguen las tendencias comentadas

anteriormente. Para ello, realizó una explicación siguiendo el discurso que se halla en Font y Godino (2011).

Lo primero que hizo el profesor fue comentar que una de las demandas que se hace a la Didáctica de las Matemáticas es “guiar la mejora de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas”, lo cual conlleva desarrollar “métodos para la valoración y mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas”. También comentó que, con relación a esta demanda, hay básicamente dos posicionamientos, que se fundamentan en dos maneras diferentes de entender “la verdad”. El primer posicionamiento, es de tipo positivista ya que considera que el cambio para la mejora debe ser la consecuencia de la aplicación de resultados científicos y en él se entiende “la verdad como correspondencia”. Desde un posicionamiento positivista la pregunta “¿quién decide lo que es o no es correcto y en base a qué?” se responde recurriendo a la ciencia Didáctica de la Matemática, puesto que es una ciencia que es conforme con la realidad, que establece relaciones causa-efecto, etc.

Desde esta perspectiva la investigación científica realizada en el área de Didáctica de las Matemáticas nos dirá cuáles son las causas que hay que modificar para conseguir los efectos considerados como objetivos a alcanzar, o, como mínimo, nos dirá cuáles son las condiciones y restricciones que hay que tener en cuenta para conseguir el objetivo deseado.

Desde este punto de vista, la estrategia para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas deben ser de tipo arriba/abajo, a partir de la producción de materiales curriculares realizados por expertos que aplican conocimiento científico. La innovación es producida por expertos, luego transmitida a los profesores y, por

último, es puesta en práctica por el profesorado. Se trata de un modelo ID (investigación y desarrollo) o su variante IDD (investigación, difusión y desarrollo) donde la legitimidad de las innovaciones proviene de su elaboración por parte de expertos que utilizan el conocimiento científico generado por la Didáctica de las Matemáticas. El principal problema que presenta esta manera de entender el cambio es que los profesores no están incluidos en el proceso, se limitan a aplicar materiales curriculares diseñados por expertos dedicados a la investigación.

El segundo posicionamiento considera que el cambio para la mejora se debe basar en el consenso. Para muchos investigadores la teoría de la verdad como correspondencia resulta problemática, cuando se aplica a la Didáctica de las Matemáticas, y prefieren lo que se conoce como “Teoría consensual de la verdad”. Según este punto de vista, la teoría consensual de la verdad permite, por una parte, conservar la intuición básica (conformidad con lo real) de la teoría de la verdad por correspondencia y, por la otra, superar las dificultades con las que se encuentra dicha teoría.

Desde esta perspectiva, lo que nos dice cómo guiar la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas debe emanar del discurso argumentativo de la comunidad científica, cuando éste está orientado a conseguir un consenso sobre “lo que se puede considerar como mejor”. Desde la perspectiva de la teoría consensual de la verdad, es necesario poner las condiciones que posibilitan una situación de acción comunicativa, es decir situaciones de igualdad en las que prevalezca el mejor argumento y no el que se deriva de las situaciones de poder. En una situación comunicativa, la argumentación tiene por objeto la resolución de diferencias de opinión, el interés está en llegar a un acuerdo con el antagonista y no en la persuasión o la dominación. Se trata de crear una actitud proclive a la discusión a través del análisis crítico de diferentes posturas, de cara a concordar en la toma de decisiones con base al mejor argumento.

Si se considera que la Didáctica de la Matemática debe aspirar a la mejora del funcionamiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, se necesitan criterios de “idoneidad” o adecuación que permitan valorar los procesos de instrucción efectivamente realizados y “guiar” su mejora. Se trata de realizar una meta-acción (la valoración) que recae sobre acciones (las acciones realizadas en los procesos de instrucción). En consecuencia, ha de considerarse la incorporación de una racionalidad axiológica en la educación matemática que permita el análisis, la crítica, la justificación de la elección de los medios y de los fines, la justificación del cambio, etc.

En definitiva, son necesarios criterios de idoneidad que permitan contestar a la pregunta genérica, “¿Sobre qué aspectos se puede incidir para la mejora de los procesos de instrucción matemática? Por criterio de idoneidad se debe entender una regla de corrección que establece cómo debería realizarse un proceso de instrucción. Ahora bien, estos criterios deben ser entendidos como reglas de corrección emanadas del discurso argumentativo de la comunidad científica, cuando éste está orientado a conseguir un consenso sobre “lo que se puede considerar como mejor”. Es decir, han de ser entendidos como horizonte de todos los criterios que la comunidad científica pueda ir formulando y consensuando sobre la mejora de los procesos de instrucción; como un ideal al que tienden los diferentes consensos fácticos que se pueden producir en un momento dado en la comunidad científica. Se trata de una noción inspirada en la idea de la teoría consensual de la verdad de Peirce y de sus desarrollos y adaptaciones posteriores realizadas por autores como Apel y Habermas.

Desde esta perspectiva la Didáctica de las Matemáticas nos puede ofrecer principios (o criterios de idoneidad) que pueden servir primero para guiar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y, segundo, para valorar sus implementaciones. Los principios y criterios de idoneidad son reglas de corrección útiles en dos momentos de

los procesos de estudio matemáticos. A priori, los criterios de idoneidad son principios que orientan “cómo se deben hacer las cosas”. A posteriori, los criterios sirven para valorar el proceso de estudio efectivamente implementado.

Desde esta perspectiva la investigación en Didáctica de las Matemáticas se ha de interesar por, (1) caracterizar estos criterios de calidad y (2) realizar investigaciones concretas en las que se aplique dichos criterios con el objetivo de valorar el proceso de enseñanza y aprendizaje y poder proponer acciones encaminadas a su mejora en futuras implementaciones.

Esta perspectiva nos lleva a experiencias de innovaciones adaptadas a los contextos locales que, además, deben contar con la implicación del profesorado. Esto se debe a que la aplicación concreta de estas reglas de corrección es “situada”. Es decir, la aplicación, priorización, relegación, etc., de dichas reglas depende del contexto institucional en el que se desarrolla el proceso de instrucción y del criterio pedagógico y didáctico del profesor que las debe tener en cuenta. Se trata de una guía de orientación para la mejora de los procesos de instrucción, no de unos principios o criterios que produzcan la frustración del profesor “normal” al no poderlos alcanzar.

A continuación el profesor comentó dos propuestas de principios y criterios para guiar la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. La propuesta de Principios y Estándares del NCTM (2000) y la propuesta de criterios de idoneidad formulada por el Enfoque Ontosemiótica de la Cognición e Instrucción Matemática (Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2006).

El profesor explicó que el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) se presenta a sí mismo como una organización profesional internacional comprometida con la excelencia de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para todos los

estudiantes. La mayoría de sus miembros son de Estados Unidos y del Canadá. Se trata de una asociación de profesores que también incluye investigadores en Educación Matemática. Dicha asociación elaboró en 1991 un documento titulado *Estándares profesionales para la enseñanza de las matemáticas* con el fin de que fuese una referencia para orientar la labor de los profesores de matemáticas en la década de los 90 del siglo pasado. Este documento tuvo un gran impacto en la comunidad interesada en la Educación Matemática y en el año 2000 se publicó un nuevo documento titulado *Principios y Estándares para la Educación Matemática* (NCTM, 2000) cuyo objetivo también era convertirse en un referente mundial para guiar procesos de enseñanza de las matemáticas de calidad.

Según el profesor, lo primero que hay que destacar en la elaboración de los Principios y Estándares para la Educación Matemática (NCTM, 2000) es que el proceso que se siguió tenía como objetivo elaborar un documento que pudiese conseguir el máximo consenso posible en la comunidad interesada en la Educación Matemática. Los principios orientan la acción educativa. Forman parte de las grandes decisiones subyacentes a todo currículo e implican a los ámbitos políticos, sociales y económicos. Estos son los Principios curriculares que se propusieron:

Igualdad: La buena educación matemática requiere igualdad, es decir, altas expectativas y una base potente para todos los estudiantes

Currículo: Un currículo es más que una colección de actividades: debe ser coherente, enfocado en matemáticas importantes, y bien articulado en grados.

Enseñanza: Una enseñanza efectiva de las matemáticas requiere que los estudiantes comprendan lo que conocen y lo que necesitan aprender, y por tanto se plantea el desafío de apoyarles en un aprendizaje correcto.

Aprendizaje: Los estudiantes deben aprender matemáticas, comprendiéndolas, construyendo activamente nuevo conocimiento desde la experiencia y el conocimiento previo.

Evaluación: La evaluación debe apoyar el aprendizaje de unas matemáticas relevantes y proporcionar información útil tanto a los profesores como a los estudiantes.

Tecnología: La tecnología es esencial en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; influye en las matemáticas que se enseñan y estimula el aprendizaje de los estudiantes.

Después el profesor comentó que desde los diferentes programas de investigación que han emergido en el área de la Didáctica de las Matemáticas se han elaborado propuestas de criterios que permitan la valoración y mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Un ejemplo es el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción matemática (Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2006; Godino, Batanero y Font, 2007; Godino, Font, Wilhelmi y De Castro, 2009). Dicho enfoque propone los siguientes criterios de idoneidad:

Idoneidad epistémica, se refiere a que las matemáticas enseñadas sean unas “buenas matemáticas”. Para ello, además de tomar como referencia el currículo prescrito, se trata de tomar como referencia a las matemáticas institucionales que se han transpuesto en el currículo.

Idoneidad cognitiva, expresa el grado en que los aprendizajes pretendidos/ implementados están en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los aprendizajes logrados a los pretendidos/implementados.

Idoneidad interaccional, grado en que los modos de interacción permiten identificar y resolver conflictos de significado y favorecen la autonomía en el aprendizaje.

Idoneidad mediacional, grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Idoneidad afectiva, grado de implicación (interés, motivación) del alumnado en el proceso de estudio.

Idoneidad ecológica, grado de adaptación del proceso de estudio al proyecto educativo del centro, las directrices curriculares, las condiciones del entorno social, etc.

Seguidamente el profesor comentó las figuras siguientes (figuras 12 y 13). Lo primero que resaltó es que la buena clase es aquella en la que se logra un equilibrio entre los diferentes criterios de idoneidad, ya que conseguir un alto grado en uno o algunos de los criterios es relativamente fácil. Por ejemplo, es fácil explicar unas “buenas matemáticas” en un “tiempo razonable”, lo que ya no es tan fácil de conseguir es el aprendizaje de los alumnos. Por otra parte, es muy fácil conseguir el aprendizaje de casi todos los alumnos rebajando el nivel de la calidad de las matemáticas enseñadas, etc. Si bien la clase idónea es aquella en la que se consigue un equilibrio entre todos los criterios (hexágono regular exterior de la figura 12), la realidad es que en los procesos de enseñanza y aprendizaje realmente implementados difícilmente se consigue este equilibrio (hexágono irregular interior de la figura 12)

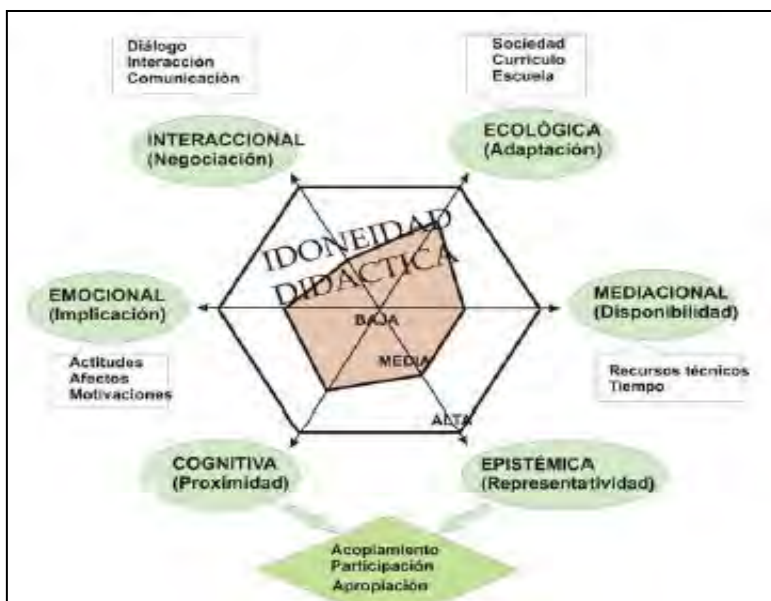


Figura 12. Fuente: Diapositivas utilizadas por el profesor en su explicación

El profesor también comentó que para conseguir impartir una clase idónea el profesor que la imparte debía ser casi como un malabarista/equilibrista. En este punto el profesor comentó diversas metáforas para conceptualizar al profesor y argumentó que la metáfora del profesor equilibrista/malabarista era una buena metáfora para conceptualizar al buen profesor.

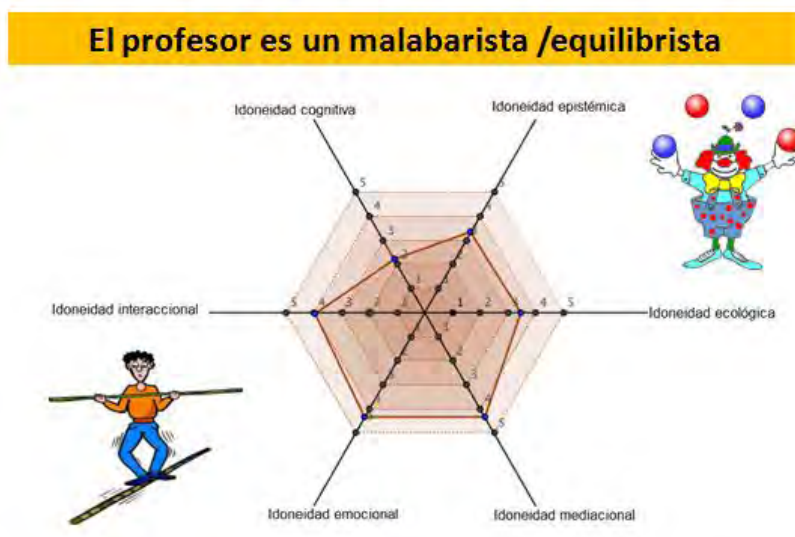


Figura 13. Fuente: Diapositivas utilizadas por el profesor en su explicación

A continuación el profesor comentó que los criterios de idoneidad necesitan unos descriptores que los hagan operativos ya que, por ejemplo, todos estamos de acuerdo en que hay que impartir unas buenas matemáticas, pero podemos entender cosas muy diferentes por “buenas matemáticas”. También comentó que para algunos criterios, los descriptores son relativamente fáciles de consensuar (por ejemplo para el criterio de idoneidad de los medios) y dedicó unos minutos a comentar los componentes y los descriptores de la idoneidad mediacional (figura 14), haciendo observar a los participantes que era relativamente fácil ponerse de acuerdo sobre ellos.

3. Idoneidad mediacional: <i>Grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.</i>	
COMPONENTES:	DESCRIPTORES:
Recursos materiales (Manipulativos, calculadoras, ordenadores)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Uso de materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al significado pretendido. ▪ Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones.
Número de alumnos, horario y condiciones del aula	<ul style="list-style-type: none"> ▪ El número y la distribución de los alumnos permite llevar a cabo la enseñanza pretendida. ▪ El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no se imparten todas las sesiones a última hora). El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido.
Tiempo (De enseñanza colectiva /tutorización; tiempo de aprendizaje)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Adecuación de los significados pretendidos /implementados al tiempo disponible (presencial y no presencial). ▪ Inversión del tiempo en los contenidos más importantes o nucleares del tema. ▪ Inversión del tiempo en los contenidos que presentan más dificultad.

Figura 14. Fuente: Diapositivas utilizadas por el profesor en su explicación

A continuación el profesor comentó que para otros criterios la cuestión de ponerse de acuerdo no es tan fácil y formuló la siguiente pregunta: ¿Qué descriptores utilizar para valorar la calidad matemática de una clase? Seguidamente comentó que la respuesta a esta pregunta no era fácil porqué, antes de poder decidir si las matemáticas enseñadas son buenas o malas, debemos saber previamente qué matemáticas se han enseñado, y resulta que en el área de Educación Matemática no hay consenso en cómo describir las

matemáticas de un episodio de clase. Por tanto, se tiene la siguiente cuestión previa:
¿Cómo describir las matemáticas de una clase?

¿Cómo describir las matemáticas implicadas en un proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas?

Llegados a este punto el profesor dijo que de momento dejaría de lado la cuestión de la valoración de la calidad de las matemáticas implementadas en un proceso de enseñanza y aprendizaje, para retomarla después de haber reflexionado sobre el problema de la descripción de las matemáticas enseñadas en un proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y que para esta última reflexión retomaría el episodio que se había comentado antes y también utilizaría el análisis gráfico de la práctica matemática que se halla en Badillo, Figueras, Font y Martínez (2013).

Lo primero que hizo el profesor fue presentar tres videos de cinco minutos en los que se enseña la mediatriz. Eran episodios de la clase de tres profesoras que explicaban la mediatriz de manera diferente y que hacían también una gestión de la clase muy diferente. A continuación el profesor pidió a los participantes que intentaran describir las matemáticas del episodio, pero en lugar de intentar describir todas las matemáticas les pidió que se limitaran a describir la definición de mediatriz y el procedimiento de su construcción que se había enseñado en cada clase (figura 15).

Tarea: Para cada una de las tres grabaciones determina (si es posible):
 • Definición de la mediatriz,
 • Procedimiento de construcción de la mediatriz

ASPECTOS EPISODIO	DEFINICIÓN	PROCEDIMIENTOS	OTROS ASPECTOS
1		PASO 1 PASO 2 ...	
2		PASO 1 PASO 2 ...	
3		PASO 1 PASO 2 ...	

Figura 15. Fuente: Diapositivas utilizadas por el profesor en su explicación.

Con relación al primer video, los participantes acordaron que la mediatriz se definía como la recta perpendicular al segmento que pasa por el punto medio y que el procedimiento de construcción con regla y compás debía de seguir los pasos siguientes:

- 1) Con centro en un extremo del segmento se dibuja la semicircunferencia de radio la longitud del segmento.
- 2) Se repite el punto 1 con el otro extremo del segmento.
- 3) Se determinan los dos puntos de corte de las dos semicircunferencias.
- 4) Se dibuja la recta que pasa por los dos puntos de corte.

El profesor estuvo de acuerdo y se limitó a comentar que la profesora había comenzado con la definición para explicar después el procedimiento, y que este último, de hecho, consistía en construir un triángulo equilátero de base el segmento dado y que es el procedimiento que se podía encontrar en los Elementos de Euclides, y que éste no era el procedimiento más habitual que se explica a los alumnos de estas edades.

A continuación el profesor comentó la metáfora del “objeto”, en concreto comentó que de toda la actividad matemática del video habíamos podido separar y tratar como una unidad tanto a la definición como al procedimiento de construcción. Es decir, los habíamos manejado como si fuesen sillas o mesas, o sea como objetos materiales. Por esta razón, a la definición y al procedimiento en el EOS se les llama objetos primarios, porque se pueden aislar y tratar como una unidad.

Con relación al segundo video los alumnos dijeron que no había definición de mediatriz y que el procedimiento de construcción con regla y compás debía de seguir los pasos siguientes: 1) Con centro un extremo del segmento se dibuja la semicircunferencia cuyo radio tenga una longitud superior a la mitad de la del segmento. 2) Se repite el punto 1 con el otro extremo del segmento. 3) Se determinan los dos puntos de corte de las dos semicircunferencias. 4) Se dibuja la recta que pasa por los dos puntos de corte.

El profesor comentó que, a diferencia de la primera profesora, en este caso se comienza por el procedimiento de construcción y se pretende que los alumnos lleguen a una definición de mediatriz (que, para ser coherentes con el procedimiento de construcción explicado debería ser la siguiente: la mediatriz es la recta formada por todos los puntos que están a igual distancia de los extremos del segmento).

Con relación al tercer video los alumnos contestaron que en los cinco minutos observados no había ni definición ni procedimiento. El profesor les dio la razón y comentó que si se mostraba todo el video se podía observar que el objetivo de la tercera profesora era definir la mediatriz como, dados dos puntos, la frontera que separa el plano en dos regiones de manera que todos los puntos de una región estaban más próximos a uno de los dos puntos que al otro; y que el procedimiento que se explica se basa en el doblado de papel. También comentó que si bien no había definición ni

procedimiento había algo que se podía separar de toda la actividad matemática, que era el problema contextualizado propuesto, por esta razón explicó que en el EOS los problemas también se consideran objetos primarios. Otro aspecto que hizo observar el profesor a los participantes fue que, aunque la profesora no había explicado ninguna definición ni ningún procedimiento no había estado sin hacer nada, había trabajado matemáticas. Por tanto, para responder a la pregunta ¿qué matemáticas ha implementado la tercera profesora? además de objetos primarios como definiciones, procedimientos o problemas eran necesarios otros constructos para describir las matemáticas de la tercera profesora y formuló la siguientes pregunta ¿Cuáles son?

El profesor comentó que los cinco primeros minutos de la clase de la tercera profesora eran el inicio de una secuencia didáctica que tenía como eje el planteamiento y la resolución, en pequeños equipos y de manera colectiva, de un problema contextualizado, que era una adaptación para dos pozos del problema de los cinco pozos, propuesto en el libro publicado por el Instituto Freudenthal: *Geometría con Aplicaciones y Pruebas* (Goddijn, Kindt y Reuter, 2004). (Figura 16).

El profesor comentó que en este episodio la profesora se preocupó de que los alumnos comprendiesen el enunciado del problema. Para ello, se centró en que sus alumnos entendiesen el significado de la representación del mapa y su leyenda, de los términos que aparecen en el enunciado y sobre todo, que comprendiesen el texto globalmente.

En el desierto: En la figura se muestra parte de un mapa de un desierto. Hay dos pozos en esta región. Imagínate que estás con tu rebaño de ovejas en J, que estás muy sediento y solo llevas este mapa contigo.

a) ¿A cuál de los pozos irías a tomar agua?

Leyenda

- = pasto seco
- = pozo
- = formación rocosa
- = 4 km

b) Señala otros dos lugares desde los cuales irías al pozo 2. Escógelos uno alejado del otro.

c) Ahora, esboza una división del desierto en dos partes o regiones de manera que siempre tengas más cerca un pozo que el otro pozo. ¿Si estás en la frontera a qué pozo irías y por qué?

d) ¿Qué clase de línea es la frontera? ¿Recta o curva?

e) Encuentra un procedimiento para dibujar esta línea. Describe los pasos de este procedimiento.

Figura 16. Diapositivas utilizadas por el profesor en su explicación. Obtenidas a su vez de Badillo, Figueiras, Font y Martínez (2013).

El profesor comentó que si bien en estos cinco minutos no se explicó ninguna definición ni ningún procedimiento, si se pueden observar procesos y les preguntó a los participantes qué procesos podían inferir en el episodio. Las respuestas fueron del tipo: proceso de interpretación, de comunicación, de significación, etc. El profesor estuvo de acuerdo con esta inferencia y resaltó que los procesos eran un constructo necesario para describir la actividad matemática y que, además, en muchos países eran un tipo de contenido contemplado en el currículo.

A continuación el profesor hizo una recapitulación donde resaltó que para describir la actividad matemática de los tres videos eran necesarios constructos estáticos como eran los llamados en el EOS objetos primarios y otro tipo de constructos que llamó dinámicos, como eran los procesos matemáticos. A continuación hizo una lista de las

herramientas que habían surgido del análisis de los videos útiles para describir la actividad matemática:

- Objetos primarios: Problema (tarea), definición, propiedades, notaciones, procedimientos y argumentos.
- Procesos: significación, argumentación, automatización, modelización, institucionalización, etc.

Seguidamente el profesor comentó que con estas herramientas era posible hacer una especie de radiografía y/o electrocardiograma de las matemáticas enseñadas en una clase de matemáticas y comentó que en el artículo de Badillo, Figueras, Font y Martínez (2013) se generó, con estas herramientas, un instrumento de visualización que puede dar cuenta de la complejidad matemática durante el desarrollo de una clase. Se trata de un instrumento que permite resaltar los elementos esenciales de la actividad matemática (definiciones, propiedades, procedimiento tareas, procesos) que las tres profesoras videograbadas utilizan al aproximarse a la noción de mediatriz y dar cuenta de las similitudes y las diferencias de la actividad matemática de diferentes profesores o profesoras que abordan un mismo contenido matemático. En concreto el profesor comentó las tres gráficas siguientes (figuras 17, 18 y 19), que se hallan en Badillo, Figueiras, Fon y Martínez (2013), correspondientes a cada uno de las tres clases de las cuales se habían visionado los cinco primeros minutos:

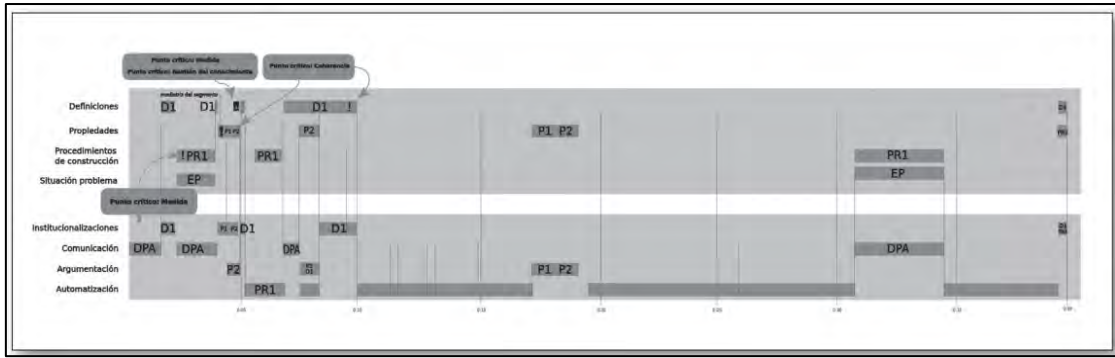


Figura 17. Videograbación 1. Fuente: Badillo, Figueras, Font y Martínez (2013, p. 210)

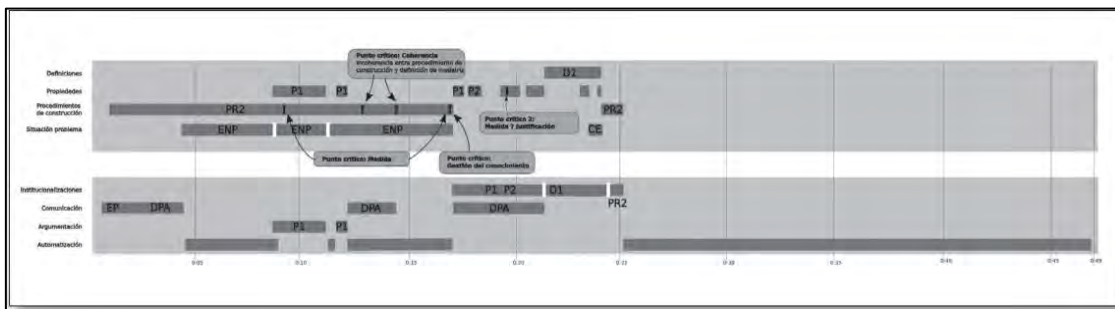


Figura 18. Videograbación 2. Fuente: Badillo, Figueras, Font y Martínez (2013, p. 210)

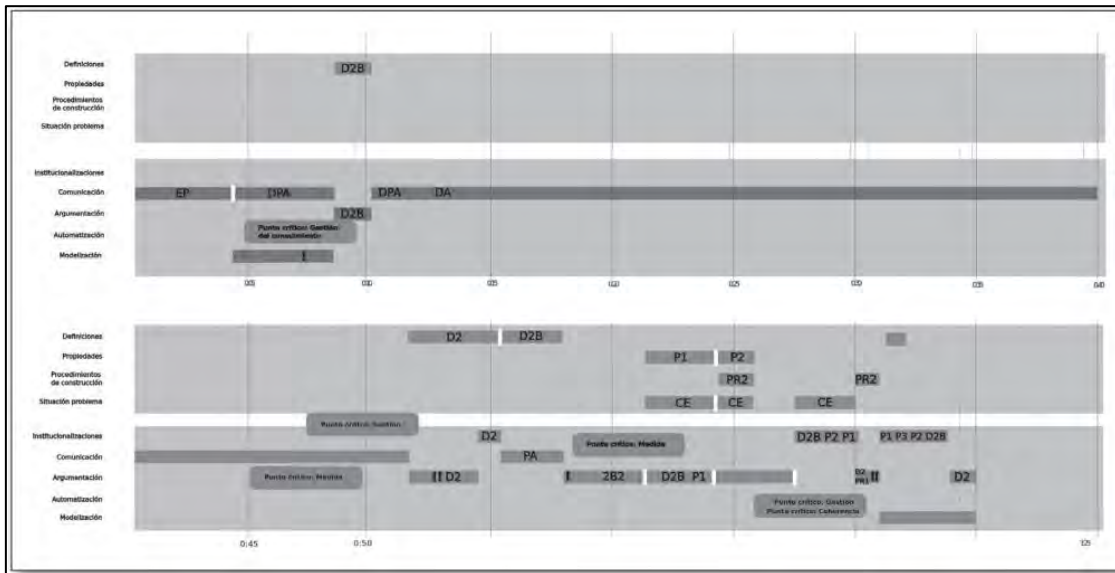


Figura 19. Videograbación 3. Fuente: Badillo, Figueras, Font y Martínez (2013, p. 210).

El profesor hizo observar a los participantes que la primera clase es una clase magistral, la tercera es una clase no magistral de tipo constructivista y la segunda es una clase que mezcla elementos de los dos modelos de gestión anteriores. También resaltó que el hecho de haber analizado detalladamente la actividad matemática en términos de objetos primarios y procesos matemáticos, nos permite extraer algunas conclusiones sobre el tipo de actividad matemática que promueve cada uno de estos modelos de gestión y el momento en que ésta se realiza.

En ninguna de las tres clases, la presencia de objetos primarios y procesos matemáticos se desarrolla de manera uniforme, puesto que hay fases de acumulación. En las tres clases, esta fase de acumulación ocupa aproximadamente entre un cuarto y un tercio del tiempo total. Sin embargo, en la primera clase ocurre desde el inicio, en la segunda pasados los primeros minutos, mientras que en la tercera clase sucede al final. El profesor comentó que en cada caso hay definiciones y procedimientos diferentes. En las tres clases hay un proceso predominante, que ocupa aproximadamente tres cuartas partes del tiempo total. En las dos primeras clases este proceso es el de automatización, que transcurre inmediatamente después de la fase de acumulación y llega hasta el final. En cambio, en el caso de la tercera clase, este proceso es el de comunicación y ocupa aproximadamente las tres cuartas partes del total de la clase. El profesor resaltó también que en esta tercera clase aparecen los procesos de modelización y de argumentación, los cuales tienen poca o nula presencia en las otras dos clases.

La figura 17 correspondiente a la clase magistral, muestra que la mayoría de objetos primarios son presentados por la profesora en los cinco primeros minutos. En términos de procesos, se visualiza que se invierte un mayor tiempo (75%) en la automatización del procedimiento de construcción de la mediatriz (trabajo individual del alumno sin discusión colectiva). El proceso de comunicación que predomina es del tipo exposición

de la profesora y se dedica muy poco tiempo al proceso de argumentación. La figura 18, corresponde a una clase que se sitúa en una posición intermedia entre una clase magistral y una constructivista, ya que se pretende que la definición de mediatriz emerja a partir de un procedimiento de construcción. Por esta razón, la fase de acumulación de objetos primarios y procesos matemáticos ocurre un poco más tarde que en la clase de la figura 17, entre el minuto 10 y 20 aproximadamente. Después de este momento de acumulación todo el tiempo se invierte en el proceso de automatización del procedimiento de construcción de la mediatriz (50 % aproximadamente). El proceso de comunicación no pretende ser expositivo sino que sigue el patrón de que la profesora hace preguntas y los alumnos la van contestando. El proceso de argumentación pretende ser inductivo buscando que los alumnos conjeturen a partir de la automatización del proceso de construcción de la mediatriz. Aunque no se llega a explicitar de manera clara ninguna tesis ni su justificación.

La figura 19 visualiza una clase de tipo constructivista que se basa en la resolución en grupo de un problema de contexto extramatemático. Por esta razón, el tiempo dedicado al estudio de la mediatriz casi duplica el de las otras dos clases y la fase de acumulación de objetos primarios y procesos matemáticos se producen en los últimos 15 minutos. Hay que resaltar que es la única de las tres clases en las que aparece el proceso de modelización (del problema extramatemático inicial de los pozos del desierto emerge el objeto mediatriz, que al final de la clase se recontextualiza en otro contexto diferente). A diferencia de las otras dos clases en las que la mayor parte del tiempo se dedica a la automatización del procedimiento de construcción de la mediatriz, en ésta se dedica al proceso de comunicación. Dicho proceso se da, sobre todo, entre alumnos, menos en los cinco primeros minutos en los que la profesora juega un papel importante en la comunicación del enunciado del problema propuesto; lo cual contrasta con la primera

clase en la que en los cinco primeros minutos se produce el momento de acumulación de objetos primarios y procesos. Como en la segunda clase, se pretende que los alumnos conjeturen propiedades y procedimientos; sin embargo, en este caso se pide y se dan sus justificaciones (en algún caso mediante contraejemplos).

El profesor terminó su reflexión sobre las tres clases comentando que en este momento en el que hay una tendencia a organizar los currículos en términos de procesos y competencias, es especialmente útil disponer de instrumentos que permitan entre otros aspectos, evidenciar y hacer tangibles (aunque sea sólo en forma de gráfica) los procesos matemáticos que intervienen en la actividad matemática. Remarcó la idea de que de manera metafórica podemos decir que estos instrumentos permiten materializar constructos que para los profesores se perciben como intangibles.

Prácticas matemáticas

El profesor retomó la siguiente pregunta formulada anteriormente: ¿Cómo describir las “matemáticas” de un episodio? y comentó que la respuesta según el EOS era: describiendo las prácticas, objetos y procesos matemáticos. Después comentó que estas nociones habían sido utilizadas de alguna manera en el análisis de los tres videos pero que a continuación explicaría con más detalle estas nociones utilizando, sobre todo, sus respuestas al episodio inicial sobre los dos distritos.

Con relación al término práctica, el profesor comentó primero que se trata de un término que tiene un territorio compartido con otros términos también utilizados en la Didáctica de las Matemáticas como son, entre otros, los siguientes: actividad matemática, competencia matemática, procesos matemáticos. Después formuló la siguiente pregunta:

¿Qué se entiende por práctica matemática? y, utilizando algunos de comentarios de los alumnos sobre el episodio inicial de los dos barrios, resaltó las siguientes ideas: 1) La realización de una práctica por una persona tienen un componente observable y un componente no observable directamente. 2) Si nos fijamos en la parte observable podríamos considerar, como primera caracterización, que la práctica matemática consiste en la lectura y producción de textos matemáticos, pero conviene matizar esta idea para no confundir práctica con conducta. 3) Hay que distinguir entre conducta humana, entendida como comportamiento aparente y observable de las personas, y práctica, que en tanto que acción humana orientada a una finalidad tiene un sentido, tanto para quien la realiza como para quien la interpreta. En el caso de las prácticas matemáticas su sentido viene determinado por la función que esta práctica desempeña en los procesos de resolución de un problema, o bien para comunicar a otro la solución, validar la solución y generalizarla a otros contextos y problemas. 4) Esta manera de entender el sentido de las prácticas matemáticas implica que se las considera acciones sujetas a reglas. 5) Una segunda conceptualización de práctica matemática es la que se propone en Godino y Batanero (1994): toda actuación o manifestación (lingüística o no) realizada por alguien (persona o institución) para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución, validar la solución y generalizarla a otros contextos y problemas. 6) Las prácticas matemáticas se suceden a largo del tiempo, por tanto una buena manera de describirlas es mediante la narración de lo sucedido. 7) De hecho, la narración de prácticas matemáticas es el discurso que suele utilizar un profesor cuando quiere explicar con detalle a otro profesor lo que ha explicado en sus clases.

Después de esta explicación, el profesor analizó las prácticas matemáticas realizadas por Alicia, una de las participantes en el episodio, y propuso a los participantes que analizaran (ver anexo 7) las prácticas matemáticas realizadas por los otros participantes

(Emilio, Mateo y el profesor). A continuación se comentaron las respuestas de los diferentes grupos entre sí y con las que el profesor había elaborado. Se acordó la siguiente narración para cada caso:

Alicia realiza mayoritariamente las prácticas matemáticas del episodio. Esta alumna resuelve el apartado (i) del problema aplicando el concepto de densidad y el procedimiento de comparación de densidades y el apartado (ii) planteando y resolviendo una ecuación. A petición del profesor, contextualiza *a posteriori* el uso de los objetos anteriores en una situación extramatemática y, en base a ello, da sentido a la solución hallada, aunque sin ubicarse “dentro” de la situación, como sus compañeros de grupo.

Emilio realiza la práctica de resolver el apartado (i) con un razonamiento que puede considerarse intuitivo y vivencial al aplicar su “conocimiento del mundo” (en este caso su conocimiento de los barrios citados en el problema). Discrepa de la resolución que hace Alicia, pero se puede inferir que sigue sus explicaciones ya que le hace observar una contradicción entre las maneras como ha resuelto (i) y (ii) [42]. Por su parte, Mateo sugiere la posibilidad de resolver el problema por ensayo y error y de hallar respuestas aproximadas, sin llegar a aplicar este método ni aportar ninguna solución concreta.

El profesor interviene principalmente para gestionar los turnos de intervención. Desde el punto de vista de las prácticas matemáticas, sus intervenciones son sobre todo metamatemáticas (e.g., consideraciones sobre el papel del contexto extramatemático en el aula de matemáticas, validación de la argumentación de Alicia, rechazo de las propuestas de no exactitud de Mateo y de reformulación del problema de Emilio), aunque en una ocasión contribuye a completar una explicación de Alicia explicando el motivo por el cual esta alumna ha sustituido 65075 por 65072.

Significado de un objeto matemático

Seguidamente el profesor relacionó la noción de práctica con la de significado tomando como punto de partida la siguiente pregunta ¿Cuál es el significado del símbolo $f'(x)$? que él mismo respondió diciendo que, cualquier persona con unos mínimos conocimientos de cálculo diferencial, conoce la definición de derivada de una función y la existencia de un criterio convencional mediante el cual se ha establecido que $f'(x)$ es una notación que representa a la función derivada. Por tanto, es razonable concluir que el significado de $f'(x)$ es la definición de función derivada. Esta concepción, se puede considerar como una manera “elemental” de plantear el problema. Desde este punto de vista, para especificar el significado de $f'(x)$ basta dar una definición.

Luego comentó, que otra posible manera de afrontar el problema es hacerlo en términos de comportamiento. Desde este nuevo punto de vista, conocer las cualidades de un objeto equivale a conocer su comportamiento posible, o sea, el conjunto de relaciones predicables de él. Desde esta perspectiva el significado de un objeto matemático se debe entender en términos de lo que se puede hacer con él. Esta concepción, que se puede considerar pragmatista, nos da una perspectiva “sistémica” ya que se considera que el significado de $f'(x)$ es el conjunto de prácticas matemáticas en las que el uso de esta expresión (u otras que se consideran equivalentes) es determinante para su realización.

Si se entiende el significado como uso, diremos que una persona comprende, entiende, sabe, etc. el significado de $f'(x)$ cuando lo usa de manera competente en diferentes prácticas matemáticas, lo cual implica concebir la comprensión también como “conocimiento y aplicación de las normas” que regulan la práctica. Se trata, pues, de un punto de vista que procura dilucidar la inteligibilidad de las acciones humanas

clarificando el pensamiento que las informa y situándolo en el contexto de las normas sociales y de las formas de vida dentro de las cuales aquéllas ocurren.

Si se entiende el significado como una definición, nos podemos preguntar en qué consiste la comprensión de una definición. Según el EOS la respuesta es que para comprender la definición, un alumno tiene que poner en funcionamiento una trama de funciones semióticas. Con relación a las funciones semióticas el profesor dijo que en este curso no trataría este constructo con profundidad y remitió a los alumnos a la lectura del artículo Font y Contreras (2008) donde se profundiza en esta noción.

Por último, el profesor comentó que entender el significado de una noción como sistemas de prácticas, lleva a introducir en el EOS la siguiente tipología de significados (figura 20, extraída de Ortiz y Font, 2011). Con relación a los significados institucionales y respecto a un proceso de estudio específico, se proponen los siguientes tipos:

- Pretendido: sistema de prácticas en la planificación del proceso de estudio.
- Implementado: sistema de prácticas en la actuación docente efectiva.
- Evaluado: sistema de prácticas del docente en la evaluación de aprendizajes.
- Referencial: sistema de prácticas de referencia en la elaboración del significado pretendido.

Respecto de los significados personales se proponen los siguientes tipos:

- Global: sistema de prácticas personales relativas a un objeto matemático que el sujeto es capaz de manifestar potencialmente.

- Declarado: sistema de prácticas expresadas a propósito de las pruebas de evaluación, incluyendo las correctas e incorrectas institucionalmente.
- Logrado: sistema de prácticas manifestadas y conformes con la pauta institucional establecida.

También comentó que en el análisis del cambio de los significados personales que tiene lugar en un proceso de estudio interesa tener en cuenta los significados logrados iniciales o previos de los estudiantes y los logrados que finalmente alcanzan. En la parte central de la figura 20 se indican las relaciones dialécticas entre enseñanza y aprendizaje, que suponen el acoplamiento progresivo entre significados personales e institucionales. La enseñanza implica la participación del estudiante en la comunidad de prácticas que soporta los significados institucionales y el aprendizaje supone la apropiación por el estudiante de dichos significados.

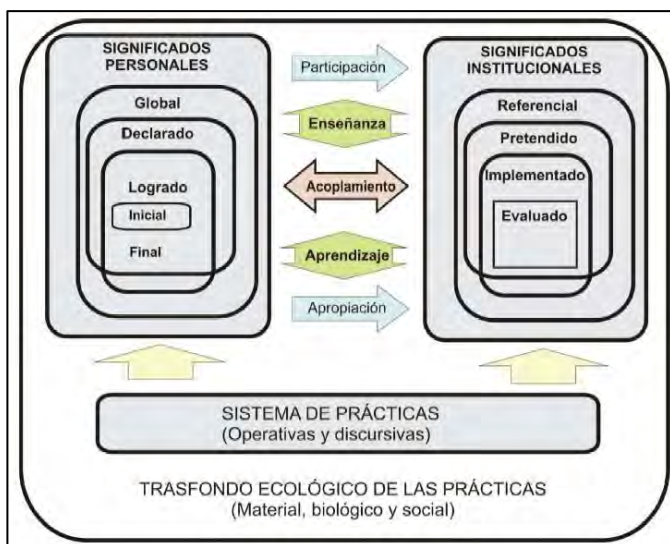


Figura 20. Tipos de significados institucionales y personales. Fuente: Ortiz y Font (2011).

Configuración de objetos primarios

Con relación al término objeto, el profesor hizo los siguientes comentarios: 1) De manera amplia se puede entender por objeto matemático todo aquello que, de alguna manera, está formando parte de la práctica matemática. Por tanto, *ser* objeto matemático es *estar participando*, de alguna manera, en la práctica matemática. 2) “Objeto matemático” es una metáfora que consiste en trasladar una de las características de las cosas físicas (la posibilidad de separación de otras “cosas”) a las matemáticas. Por tanto, de entrada, todo lo que se pueda “individualizar” en matemáticas será considerado como objeto (un concepto, una propiedad, una representación, un procedimiento, etc.). 3) La afirmación de que todo lo que está participando en las prácticas matemáticas es objeto matemático se puede ir concretando. En un primer nivel tenemos una tipología de entidades que están participando (por ejemplo, se pueden observar en un texto matemático) en la práctica matemática (problemas, definiciones, proposiciones, procedimientos, representaciones y argumentos), que en el EOS se llaman objetos primarios.

El profesor comentó que el alumno necesita conocimientos básicos para la realización de una práctica matemática y para la interpretación de sus resultados como satisfactorios. Si consideramos los componentes del conocimiento para la realización y evaluación de la práctica que permite resolver una situación problema (e. g., plantear y resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas) vemos el uso de *lenguajes*, verbales y simbólicos. Estos lenguajes son la parte ostensiva de una serie de *conceptos*, *proposiciones* y *procedimientos* que intervienen en la elaboración de *argumentos* para decidir si las acciones simples que componen la práctica, y ella en tanto que acción compuesta, son satisfactorias. Así, cuando un agente realiza y evalúa una práctica matemática activa un conglomerado formado por situaciones problema, lenguajes,

conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos, articulado en la *configuración de objetos primarios* de la Figura 21 (Font y Godino, 2006).

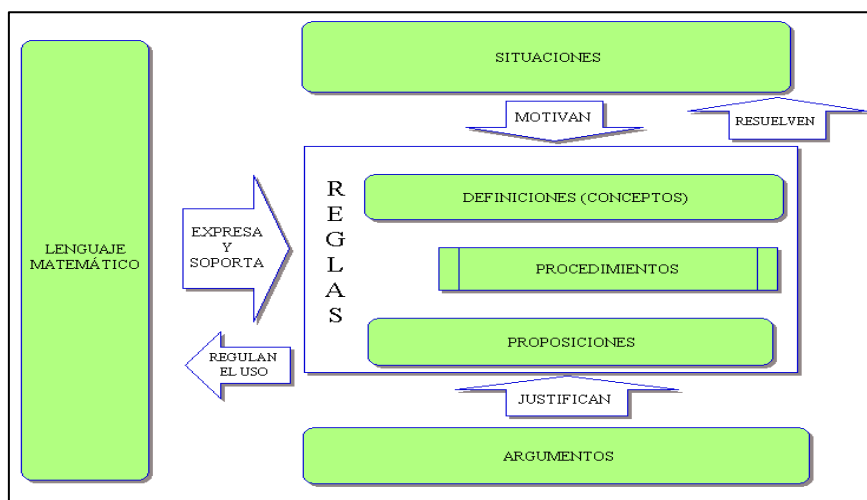


Figura 21. Significados institucionales y personales. Fuente: Font y Godino (2006).

A continuación los alumnos respondieron a un cuestionario en el que tenían que completar una lista de objetos primarios del episodio que habían analizado inicialmente con base a su experiencia previa, en concreto los procedimientos y proposiciones (ver anexo 8). Después el profesor comparó sus respuestas con la configuración epistémica de objetos primarios (Tabla 9) que se halla en Font, Planas y Godino (2010, p. 97-98).

El profesor resaltó que la configuración epistémica puede describir tanto la “estructura” de textos puntuales como de textos globales de matemáticas y sugirió una lectura complementaria (Font y Godino, 2006) donde se hallan las siguientes configuraciones epistémicas globales: a) Estructura de un libro axiomático, b) Estructura de una unidad didáctica de un manual universitario, c) Estructura de una unidad didáctica de tipo formalista sobre las funciones en el bachillerato, d) Estructura de una unidad didáctica de tipo constructivista sobre las funciones en el bachillerato. Y las siguientes configuraciones puntuales: a) Una tarea sobre la mediatriz, b) Otra tarea sobre la mediatriz, c) Una tarea para calcular la derivada de la función $f(x) = e^x$.

Tabla 9

*Configuración de objetos primarios del episodio**Lenguaje*

- A: (verbal) densidad, menor, ecuación, número, nueve mil doscientos noventa y seis; (simbólico) las fracciones, decimales, unidades de densidad, ecuaciones y desigualdades de la Tabla 1, \rightarrow .
- P: (verbal) múltiplo, división exacta, números, fracción, siete, sesenta y cinco mil setenta y cinco, sesenta y cinco mil setenta y dos, ecuación, calcular, iguales; (simbólico) 65075, 190030, 7, 5, km^2 .
- M: (verbal) cincuenta mil, ecuación, tres, múltiplos.
- E: (verbal) más... menos, sesenta y cinco mil setenta y cinco, sesenta y cinco mil setenta y dos, densidades, ecuaciones, operación, múltiplos.

Conceptos

- A: densidad, mayor y menor, fracción, decimal, incógnita, ecuación.
- P: múltiplo, problema, número, fracción, múltiplo, división exacta, ecuación, densidad.
- M: ecuación, solución exacta de una ecuación, respuesta aproximada a un problema, múltiplo.
- E: densidades, ecuaciones, operación, múltiplos.

Proposiciones

- A: es un problema de densidades; en B1 la densidad es menor que en B2; nueve mil doscientos noventa y seis es más pequeño que este número; esto significa que en B1 se vive más espaciosamente.
- P: sesenta y cinco mil setenta y dos es múltiplo de siete y sesenta y cinco mil setenta y cinco no; ahora podemos hacer la división exacta; necesitamos comparar los dos barrios; necesitamos calcular las densidades y luego necesitamos que sean iguales
- E: está claro que aquí hay más personas y menos espacio; hemos colocado algunas personas aquí y otras allí; en la última operación ella no ha mirado los múltiplos.
- M: puedes hacerlo por ensayo y error, primero empieza con cincuenta mil personas; pero no se trata de múltiplos, son personas; no creo que necesitemos hacer una ecuación.

Procedimientos

- A: dividir, redondeo de números, cálculo de densidades, comparación de números que representan densidades, resolución de ecuaciones, traducción de lenguaje verbal a algebraico, planteamiento de ecuaciones.
- P: determinar si un número es múltiplo de otro.
- M: ensayo y error (se cita pero no se aplica).

Argumentos

A: Es un problema de densidades

- En los problemas de densidades los datos son densidades.
- En este problema los datos son densidades.

En B1 la densidad es menor que en B2.

- 65075 puede sustituirse por 65072.
- Dividiendo el número de habitantes por el de km^2 se obtiene que la densidad en B1 es 9296 h/km^2 .
- Dividiendo el número de habitantes por el número de km^2 se obtiene que la densidad en B2 es 38006 h/km^2 .
- 9296 es menor que 38006.

Esto significa que en B1 se vive más espaciosamente.

- Si la densidad de un barrio es menor que la del otro, eso quiere decir que en el de menor densidad se vive más espaciosamente.

- En B1 la densidad es menor que en B2.

[Si se trasladan 83737 personas de B2 a B1 los dos tendrán la misma densidad].

- Planteamiento y resolución de una ecuación.

E: Está claro que aquí hay más personas y menos espacio.

- Yo he estado allí. Los pisos son muy pequeños.

Seguidamente, el profesor propuso resolver la última de las tareas anteriores. Se trata de un cuestionario, pensado para alumnos de bachillerato, en el que se tenía que hallar, por primera vez, la derivada de la función exponencial de base e a partir de una exploración inicial de un applet que permitía hallar una condición que cumplen todas las tangentes de esta función (Anexo 9). Este cuestionario primero fue resuelto por los participantes como si fuesen alumnos de bachillerato y después se les preguntó sobre los conocimientos previos y emergentes de esta actividad, lo cual permitió consensuar una lista de objetos primarios previos y emergentes después de comparar sus respuestas con la configuración que se halla en Font (2007, p. 113-114) (Tabla 10).

Tabla 10
Configuración epistémica “emergente” para el cálculo de la derivada de $f(x) = e^x$

LENGUAJE	
<i>Verbal:</i> función, derivada.	
<i>Gráfico:</i> Gráfica de la función con la recta tangente en un punto.	
<i>Simbólico:</i> $f'(0), f'(1), f'(2), f'(a), x = a, (a, e^a), f(x) = e^x, f'(x) = e^x$	
SITUACIONES	CONCEPTOS
El cuestionario 2 es un problema descontextualizado cuyo objetivo es el cálculo de la derivada de la función exponencial de base e .	<i>Previos</i> -Gráfica de una función, coordenadas de un punto, abscisa, ordenada, imagen, función exponencial, derivada en un punto, función derivada, tangente, subtangente, punto de tangencia, pendiente, etc.
	<i>Emergentes</i> Derivada de la función exponencial de base e .
PROCEDIMIENTOS	PROPOSICIONES
<i>Previos</i> Cálculo de la pendiente.	<i>Previas</i> La segunda coordenada del punto de tangencia se obtiene sustituyendo x por a en la fórmula de la función.
<i>Emergente</i> 1) Hallar una condición que cumplan todas las rectas tangentes, 2) Simbolizar dicha condición y 3) Hallar $f'(x)$ a partir de la condición anterior.	<i>Emergente</i> Todas las subtangentes de la función exponencial de base e valen 1.
ARGUMENTOS	
Tesis: La función derivada de la función $f(x) = e^x$ es la función $f'(x) = e^x$.	
Demostración deductiva en la que se usan los siguientes argumentos:	
Argumento1: Justificación visual de la propiedad “Todas las subtangentes de la función exponencial de base e valen 1”.	
- Argumento 2: (a, e^a) es el punto de tangencia.	
- Argumento 3: la pendiente de la recta tangente es e^a	
- Argumento 4: la derivada $f'(a)$ es e^a porque la derivada es la pendiente de la recta tangente.	
- Argumento 5: Lo que se ha dicho para el punto (a, e^a) es válido para cualquier otro punto.	

La puesta en común sobre esta actividad permitió al profesor realizar las siguientes reflexiones sobre los objetos primarios intervinientes y emergentes en una práctica matemática: 1) La realización de una práctica es algo complejo que moviliza diferentes elementos, a saber, un agente (institución o persona) que realiza la práctica, un medio en el que dicha práctica se realiza (en este medio puede haber otros agentes, objetos, etc.). 2) Puesto que el sujeto realiza una secuencia de acciones orientadas a la resolución de un tipo de situaciones problemas, es necesario considerar también, entre otros aspectos, fines, intenciones, valores, objetos y procesos matemáticos. 3) Para explicar cómo emergen nuevos objetos primarios a partir de las prácticas, es muy útil la metáfora “subir una escalera”. Cuando subimos una escalera siempre nos estamos apoyando en un pie, pero cada vez el pie está en un escalón superior. La práctica matemática la podemos considerar como “subir la escalera”. El escalón en el que nos apoyamos para realizar la práctica es una configuración de objetos primarios ya conocida, mientras que el escalón superior al que accedemos, como resultado de la práctica realizada, es una nueva configuración de objetos en la que alguno (o algunos) de dichos objetos no era conocido antes.

A continuación el profesor comentó que para describir la actividad matemática necesaria para resolver esta tarea (Anexo 9) no bastaba con la configuración de objetos primarios, tal como había pasado al intentar describir la actividad matemática del tercer video sobre la enseñanza de la mediatriz, era necesario tener en cuenta los procesos relacionados con la dualidad particular-general o los procesos metafóricos activados en el discurso del profesor y en el de los alumnos. Es decir necesitábamos hacer la descripción más compleja incorporando los procesos.

El profesor hizo notar a los alumnos que si observamos los tres apartados del cuestionario podemos intuir que en su redacción se ha tenido muy presente el paso de lo

particular a lo general (proceso de generalización). En el apartado *a* se pide calcular la derivada para tres valores concretos (0, 1 y 2). En el apartado *b* se pide calcular la derivada para un valor concreto “*a*” y en el apartado *c* para un valor cualquiera. Es decir, el tránsito de lo extensivo (particular) a lo intensivo (general) ha estado muy presente en el diseño del cuestionario. Por esta razón era necesario profundizar en la noción de proceso, pero que antes de hacerlo quería comentar cómo entiende el EOS la emergencia de los objetos matemáticos llamados de segundo nivel, exponiendo algunas de las ideas que se hallan en Font, Godino y Gallardo (2013).

Miradas duales a la configuración de objetos y procesos derivados

Primero el profesor explicó que en el EOS la noción de juego de lenguaje de Wittgenstein, ocupa un lugar importante, al considerarla, junto con la noción de institución, como los elementos contextuales que relativizan las maneras de estar y de existir de los objetos matemáticos. Los objetos matemáticos que intervienen en las prácticas matemáticas y los emergentes de las mismas, según el juego de lenguaje en que participan, pueden ser consideradas desde diferentes maneras de “estar participando”, las cuales se agrupan en facetas o dimensiones duales (Godino, 2002). Una de las modalidades de “estar” de los objetos matemáticos en la práctica matemática está relacionada con la dualidad *extensivo-intensivo*. Pueden estar participando como particulares o bien como generales y, según el juego de lenguaje, pueden pasar de ser particulares a generales o viceversa.

A continuación el profesor hizo observar que, para poder aplicar la faceta extensivo-intensivo a los objetos matemáticos, estos necesitan un signo que los enuncie (o acompañe). Por tanto, otra modalidad de “estar” de los objetos matemáticos en la

práctica matemática está relacionada con la dualidad *expresión-contenido*. Pueden estar participando como representaciones o bien como objetos representados y, según el juego de lenguaje, pueden pasar de ser representaciones a ser objetos representados.

Después explicó que otra manera de estar participando en la práctica matemática se relaciona con la dualidad *personal-institucional*. En el EOS se considera que la cognición matemática debe contemplar las facetas personal e institucional, entre las cuales se establecen relaciones dialécticas complejas y cuyo estudio es esencial para la educación matemática. La “cognición personal” es el resultado del pensamiento y la acción del sujeto individual ante una cierta clase de problemas, mientras la “cognición institucional” es el resultado del diálogo, el convenio y la regulación en el seno de un grupo de individuos que forman una comunidad de prácticas. Una modalidad de “estar” de los objetos matemáticos en la práctica matemática está relacionada con la dualidad personal-institucional. Pueden estar participando como objetos personales o bien como objetos institucionales y, según el juego de lenguaje, pueden pasar de ser personales a ser institucionales. La dialéctica personal-institucional es esencial en los procesos de instrucción ya que en ellos se pretende que los alumnos se apropien de los objetos institucionales.

Seguidamente el profesor comentó que otra modalidad de “estar” de los objetos matemáticos en la práctica matemática está relacionada con la dualidad ostensivo-no ostensivo. Estos dos modos de estar en la práctica matemática se han de tomar en sentido intersubjetivo: “algo” se puede mostrar a otro directamente versus “algo” no se puede mostrar directamente, solamente por medio de otro “algo”, que sí se puede mostrar directamente. Dicho de otra manera, los ostensivos matemáticos presentan una característica que es propia de las cosas como las naranjas, mesas, etc., que es la existencia real en el tiempo y en el espacio, mientras que a los objetos no ostensivos no

se les atribuye este tipo de existencia, usualmente se considera que tienen una existencia ideal. Uno de los problemas de la filosofía de las matemáticas es precisar en qué consiste este tipo de existencia “ideal”.

Cuando una entidad matemática es considerada como un objeto se está adoptando una perspectiva unitaria sobre dicho objeto. Ahora bien, hay momentos en que interesa adoptar una perspectiva sistémica sobre dicho objeto, por ejemplo considerando las acciones que se pueden hacer con él, o las partes que lo componen, etc. En algunas circunstancias los objetos matemáticos participan como entidades unitarias (que se suponen son conocidas previamente), mientras que otras intervienen como sistemas que se deben descomponer para su estudio. Por tanto, otra modalidad de “estar” de los objetos matemáticos en la práctica matemática está relacionada con la dualidad unitario-sistémico. Pueden estar participando como objetos unitarios o bien como un sistema. Estas dos maneras de estar de los objetos matemáticos permiten interpretarlos como objetos que forman partes de otros objetos

A continuación el profesor comentó que, tanto las dualidades como las configuraciones de objetos primarios, se pueden analizar desde la perspectiva proceso-producto, lo cual nos lleva a los procesos indicados en la figura 22. La emergencia de los objetos de la configuración (problemas, definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos) tiene lugar mediante los respectivos procesos matemáticos de comunicación, problematización, definición, enunciación, elaboración de procedimientos (algoritmización, rutinización...) y argumentación. Por otra parte, las dualidades dan lugar a los siguientes *procesos cognitivos/ epistémicos*: institucionalización – personalización; generalización – particularización; análisis/descomposición – síntesis/reificación; materialización /concreción – idealización/ abstracción; expresión/representación – significación.

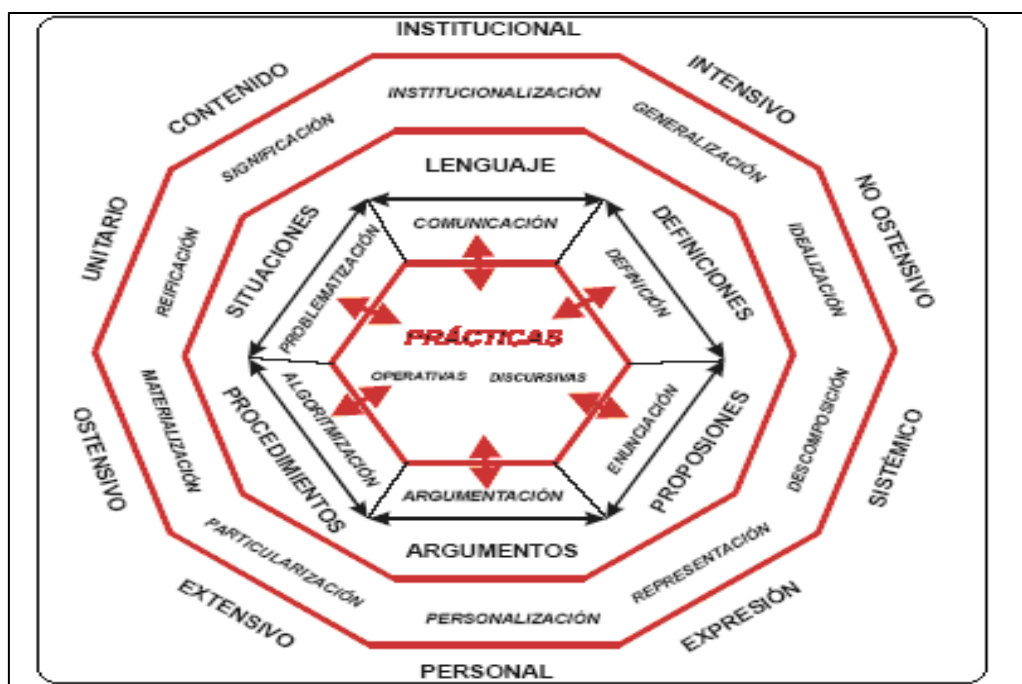


Figura 22. Dualidades y procesos derivados. Fuente: Diapositivas del profesor

A continuación el profesor resaltó que en el EOS no se intenta dar, de entrada, una definición de “proceso” ya que hay muchas clases diferentes de procesos; se puede hablar de proceso como secuencia de prácticas, de procesos cognitivos, metacognitivos, procesos de instrucción, procesos de cambio, procesos sociales, etc. Se trata de procesos muy diferentes en los que la única característica común a muchos de ellos puede ser la consideración del factor “tiempo” y, en menor medida, el de “secuencia en la que cada miembro toma parte en la determinación del siguiente”. Por tanto, se ha optado por seleccionar de entrada una lista de los 16 procesos que se consideran importantes en la actividad matemática (los incluidos en la figura 22), sin pretender incluir en ella a todos los procesos implicados, entre otros motivos porque algunos de los más importantes (por ejemplo, el proceso de resolución de problemas o el de modelización) más que procesos son hiper o mega procesos, puesto que implican procesos más elementales: representación, argumentación, idealización, generalización, etc.

Emergencia de los objetos matemáticos secundarios

Llegados a este punto el profesor comentó que antes de profundizar en la idea de proceso quería comentar la emergencia de los objetos matemáticos de segundo nivel. Lo primero que hizo el profesor fue recordar que antes había utilizado la metáfora “subir una escalera” para explicar la emergencia de los objetos primarios de las configuraciones. Una vez explicada dicha emergencia, lo que resulta problemático es explicar: 1) cómo es que se considera, implícita o explícitamente, que existen objetos matemáticos (en el mundo platónico o en la naturaleza) que son definidos, representados, etc. por algunos de los objetos primarios de las configuraciones epistémicas y 2) cómo es que se consideran objetos que se pueden definir de diferentes maneras, representar de diferentes maneras, con propiedades diferentes, etc.

Después comentó que lo que en los planteamientos filosóficos de tipo platonista o empirista se considera un objeto matemático con existencia independiente de las personas (por ejemplo, el límite o la derivada), en el EOS se explica como un objeto que emerge de las distintas maneras de ver, hablar, operar, etc. globalmente (holísticamente) sobre todos los objetos de la configuración epistémica. Dicho en otros términos, este objeto sería el contenido al que se refiere o indica globalmente, explícita o implícitamente, el par (prácticas matemáticas, configuración epistémica de objetos y procesos que las activa).

También comentó que lo que se puede hacer con este objeto está determinado por la configuración en la que dicho objeto se “presenta”. Esta afirmación conlleva que este punto de vista sobre la emergencia de los objetos matemáticos tendría algunas coincidencias con las perspectivas estructuralistas que consideran que la materia de las matemáticas no son los objetos matemáticos individuales, sino las estructuras según las

cuales se conforman. Por otra parte, hay que tener en cuenta que este objeto emerge a lo largo del tiempo de varios sistemas de prácticas diferentes. Dicho objeto, se puede considerar como único por razones de simplicidad (por ejemplo el número real), pero, en cada subconjunto de prácticas, la configuración de objetos y procesos en las que se “presenta” el objeto en cuestión es diferente (diferentes construcciones del número real), y, por tanto, se posibilitan prácticas diferentes.

En cierta manera, se puede considerar que este objeto es uno y muchos a la vez. Por una parte, se puede considerar de manera unitaria como un emergente de varios sistemas de prácticas diferentes (y de las configuraciones que las activan), en este caso sería el objeto asociado al sistema de pares (prácticas matemáticas, configuraciones que las activan); esta asociación explicaría que se considere que el objeto se puede definir de diferentes maneras equivalentes, que se puede representar por diferentes representaciones, etc. Por otra parte, se puede considerar que, en cada configuración diferente el objeto asociado es diferente, incluso en el caso de que sea posible establecer un isomorfismo entre dos estructuras.

Por último el profesor comentó que en el EOS se considera, por ejemplo, que no hay una esencia ideal que llamamos número real. Lo que hay es una diversidad de objetos —cada uno de los cuales emerge de las distintas maneras de ver, hablar, operar, etc. globalmente (holísticamente) sobre todos los objetos primarios de una configuración epistémica—, todos ellos considerados como un único objeto llamado “número real”, que guardan cierto parecido de familia, pero también tienen diferencias sustanciales. Por una parte, se puede establecer un isomorfismo entre dos construcciones diferentes de los números reales, pero por otra parte, dado que la configuración epistémica de cada construcción es diferente (por ejemplo, utiliza definiciones diferentes, representaciones diferentes,...) no se pueden identificar completamente.

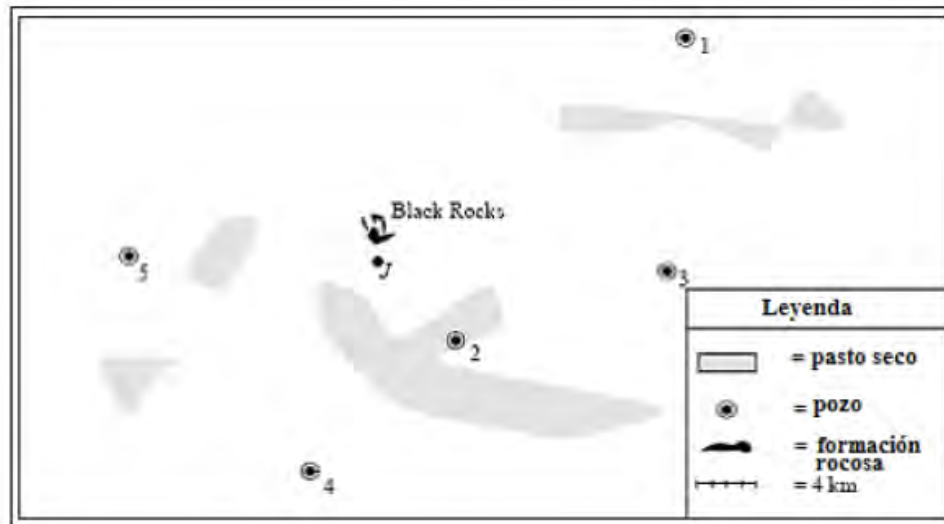
Procesos matemáticos

Después de esta reflexión sobre la emergencia de los objetos a partir de las prácticas, el profesor comentó que, con relación al término “proceso”, la primera reflexión que consideraba importante era recordar que una de las tendencias actuales en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas es la importancia que se da a la enseñanza de los procesos de pensamiento propios de la matemática. Tal como ya había explicado antes, ya no se considera que la enseñanza sea una mera transferencia de contenidos. Manifestó que se considera a las Matemáticas como una ciencia en la que el método claramente predomina sobre el contenido. Por ello, se concede una gran importancia al estudio de los procesos matemáticos. En especial a los megaprocesos *Resolución de Problemas* y *Modelización*. Como ejemplo paradigmático de esta tendencia se refirió a los principios y estándares del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) en los Estados Unidos de Norteamérica.

Como ejemplo de esta tendencia el profesor presentó a los alumnos el problema de los cinco pozos (figura 23) del libro *Geometry with applications and proofs* (Goddijn, A., Kindt, M & Reuter, W., 2004, p. I-5) publicado por el Instituto Freudenthal, cuya simplificación era el problema de los dos pozos que la profesora del tercer video sobre la mediatriz explicaba a sus alumnos:

En el desierto.

En la figura de abajo, se muestra parte de un mapa de un desierto. Hay cinco pozos en esta región. Imagínate que estás con tu rebaño de ovejas en J, que estás muy sediento y solo llevas esta mapa contigo.



- ¿A cuál de los pozos irías a tomar agua?
No es difícil responder, por supuesto irías al pozo más cercano.
- Señala otros dos lugares desde los cuales irías al pozo 2. Escógelos uno alejado del otro.
- Ahora, esboza una división del desierto en cinco partes; cada parte corresponde a uno de los pozos. Cada parte es el dominio alrededor de un pozo particular. Cualquier lugar en este dominio debe estar más cerca de este pozo que de los otros pozos.
- ¿Qué es lo que puedes hacer cuando estás exactamente sobre la frontera de dos diferentes dominios?
- ¿Los dominios de los pozos 1 y 5 son contiguos? 0: trata de encontrar un punto el cual esté a la misma distancia de los pozos 1 y 5 pero a mayor distancia de los demás pozos.
- En la realidad el desierto es mucho más grande de lo que es mostrado en este mapa. Si no hay otros pozos en todo el desierto que los cinco pozos mostrados, ¿los dominios de los pozos 3 y 4 están cerca (juntos)?
- La frontera entre los dominios de los pozos 2 y 3 corta al segmento de recta entre los pozos 2 y 3 exactamente en la mitad. ¿Algo similar se aplica a otras fronteras?
- ¿Qué clase de líneas son las fronteras? ¿Rectas o curvas?

Figura 23. Traducción del problema de los cinco pozos.

El profesor señaló que esta la tarea del desierto era la primera actividad de un proceso de instrucción que pretende enseñar el proceso de modelización. Después comentó que si bien hay diferentes maneras de conceptualizar dicho proceso, una muy extendida es considerar que el proceso de modelización seguiría las cinco fases o subprocesos siguientes: 1) Observación de la realidad. 2) Descripción simplificada de la realidad. 3) Construcción de un modelo. 4) Trabajo matemático con el modelo. 5) Interpretación de resultados en la realidad. También comentó que la Teoría de la Educación Matemática Realista (RME Realistic Mathematic Education) considera que la modelización se puede considerar compuesta de dos fases o subprocesos: la matematización horizontal y la matematización vertical. La *matematización horizontal*, lleva del mundo real al mundo de los símbolos y hace posible el tratar matemáticamente un conjunto de problemas. En este subproceso son característicos los siguientes procesos: 1) *identificar* las matemáticas en situaciones problemas. 2) *esquematar*. 3) *formular* y *visualizar* un problema de varias maneras. 4) *descubrir* relaciones y regularidades. 5) *reconocer* aspectos isomorfos en diferentes problemas. 6) *transferir* un problema real a uno matemático. 7) *transferir* un problema real a un modelo matemático conocido. La *matematización vertical*, consiste en el tratamiento específicamente matemático de las situaciones, son característicos los siguientes procesos: 1) *representar* una relación mediante una fórmula. 2) *utilizar* diferentes modelos. 3) *refinar* y *ajustar* modelos. 4) *combinar* e *integrar* modelos. 5) *probar* regularidades. 6) *formular* un concepto matemático nuevo. 7) *generalizar*. Después de estos comentarios sobre la modelización, la segunda reflexión que hizo el profesor fue hacer observar a los participantes que cuando se intenta caracterizar un proceso complejo, como es el caso de la modelización, lo descomponemos en otros procesos. Por tanto, enfatizó que conviene pensar en

procesos más complejos (megaprocesos) y procesos más simples. Ejemplos de megaprocesos son la resolución de problemas y la modelización.

La tercera reflexión estuvo relacionada con la pregunta ¿qué es un proceso? dicha pregunta fue utilizada por el profesor para comentar que no resulta fácil dar una definición de “proceso” ya que hay muchas clases diferentes de procesos. Se puede hablar de proceso como secuencia de prácticas, se puede hablar de procesos cognitivos, de procesos metacognitivos, de procesos de instrucción, de procesos de cambio, de procesos sociales, etc. Se trata de procesos muy diferentes en los que, quizás, la única característica común a muchos de ellos sea la consideración del factor “tiempo” y, en mayor medida, el de “secuencia en la que cada miembro toma parte en la determinación del siguiente”. La idea de secuencia se puede descomponer en una serie de entradas y salidas. El profesor también comentó que entre una entrada y una salida se puede inferir que se ha producido un determinado proceso y presentó el siguiente esquema:

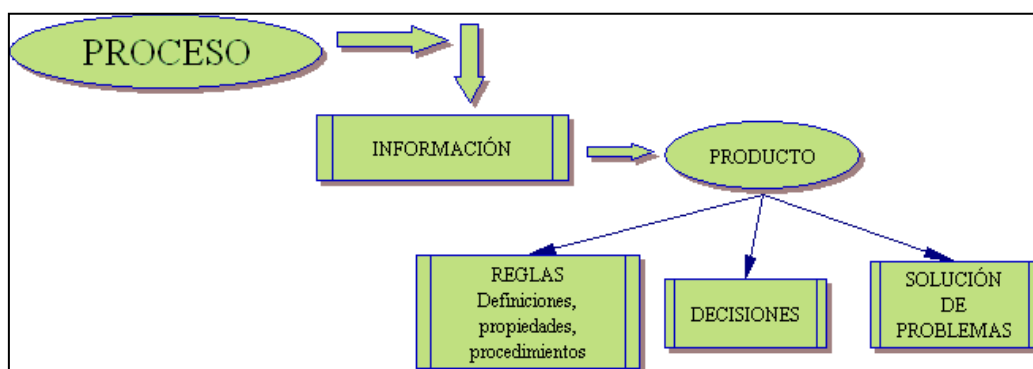


Figura 24. Caracterización de proceso. Fuente: diapositivas del profesor.

La cuarta reflexión que hizo el profesor es que, dada la dificultad en llegar a un consenso sobre la definición de proceso, lo más conveniente para hacer un análisis de los procesos que se pueden inferir de la actividad matemática es utilizar una lista de

procesos, algunos de los cuales serán megaprosesos. Una lista que, además, será incompleta.

La quinta reflexión del profesor estuvo relacionada con la metáfora de que los procesos son densos en la actividad matemática. Según sus palabras: “puedes pasar de no ver procesos a ver una gran cantidad de procesos”. Para esta reflexión el profesor volvió a utilizar el problema de los cinco pozos que había sido el origen del episodio del tercer video y comentó primero que el objetivo de los autores del libro "Geometría con aplicaciones y pruebas" es permitir a los estudiantes construir un objeto matemático "Diagrama de Voronoi" sobre la base de la tarea de los pozos en el desierto y las que le siguen. Después explicó que un diagrama de Voronoi de un conjunto de puntos S es una partición de un área en celdas, cada una de las cuales contiene los puntos más cercanos a un punto en particular de S que a cualquier otro. A continuación, seleccionó el comentario que sigue al problema de los cinco pozos y les preguntó a los alumnos que señalasen algunos procesos activados. Un alumno comentó que había un proceso de abstracción (porque los pozos se convierten en puntos) y otro comentó que había una generalización cuando se menciona en el texto “particiones similares: geología, forestal, robótica, etc.”. El profesor explicó que, en el comentario que sigue al enunciado del problema, los autores primero generan un proceso oculto de idealización (el desierto se convierte en un área) y luego, ellos establecen la relación particular-general entre la situación idealizada y el objeto matemático: “En este ejercicio tú solo dividiste un área de acuerdo con principio del vecino más próximos”. La manera de presentar lo general al estudiante es el resultado de una generalización aditiva, ya que se trata de una unión de elementos diferentes en el mismo grupo: “Hoy en día, particiones similares son utilizadas en varias ciencias, por ejemplo, en la geología, las ciencias forestales, la comercialización, la astronomía, la robótica, la lingüística, la cristalografía, la

meteorología, por citar sólo algunas”. Vamos luego a un proceso de particularización diciendo: "A continuación se investigará el caso simple de dos pozos", y uno de idealización explícita, cuando los pozos se convierten en los puntos: "(...) o en realidad dos puntos, ya que podría no tratarse de *pozos* en otras aplicaciones". Una alumna preguntó si no era lo mismo idealización que abstracción y el profesor le comentó que tienen un aire de familia, pero que para muchos investigadores no se pueden considerar iguales, el proceso de idealización tiene su origen en Platón, mientras que el de abstracción lo tiene en Aristóteles y dichos filósofos los planteaban como diferentes.

La sexta reflexión que hizo el profesor es que, además de agrupar los procesos en familias que tiene un parecido, cada uno de ellos también se puede considerar como una familia. Por ejemplo, hay muchos tipos de procesos de argumentación (reducción al absurdo, inducción completa, razonamiento por elemento genérico, etc.) o de generalización. En especial comentó que en matemáticas, sobre todo en primaria y secundaria, se presentan a los alumnos muchos procedimientos (por ejemplo, en aritmética, multiplicación división, resta, etc.; en geometría muchos procedimientos de construcción (por ejemplo, la construcción de la mediatriz que se ha comentado, etc.) cuya aplicación se puede considerar un proceso. En este caso afirmó que era conveniente agruparlos en un solo proceso que se puede llamar algoritmización, mecanización, práctica (en el sentido de repetición), etc. Continuó mencionando que también hay un territorio compartido entre las prácticas, procesos y procedimientos. En su opinión, un procedimiento nos dice cómo se deben hacer las cosas (se trata claramente de un regla) mientras que tanto práctica como proceso sugieren la idea de ejecución de la regla, secuencia de acciones en definitiva. Por otra parte, la noción de proceso sugiere nociones de tipo cognitivo y metacognitivo que no se suelen relacionar con la idea de práctica. Para clarificar la distinción entre práctica, procedimiento y

proceso en el EOS puso el siguiente ejemplo: consideremos la actividad matemática necesaria para resolver la tarea de calcular la derivada de la función

$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{3x - 4}$. El estudiante realiza una secuencia de acciones (práctica), como

son leer el enunciado de la tarea y realizar el cálculo de la derivada de la función aplicando la regla de la derivada de un cociente de dos funciones:

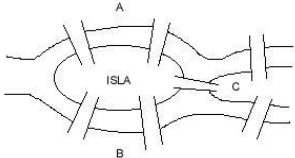
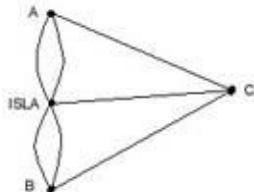
$f'(x) = \frac{(2x-3) \cdot (3x-4) - 3(x^2-3x+2)}{(3x-4)^2}$, la cual es una procedimiento que se considera un

objeto primario en el EOS. Cuando el estudiante resuelve ejercicios similares él realiza un proceso de automatización (mecanización o algoritmización).

A continuación el profesor presentó dos documentos, el primero es un documento (ver anexo 10) en el que se presenta una entrada y una salida y se debe responder qué proceso lleva de la entrada a la salida, seleccionando el proceso entre una lista de procesos agrupados por aire de familia. El profesor explicó la selección realizada en los ejemplos resueltos, después dijo que los que estaban en interrogante los tenían que responder ellos. Por ejemplo (tabla 11), en la primera fila tenían la siguiente entrada y salida y en los interrogantes debían seleccionar, en la lista de procesos que se les adjuntaba, el de idealización o el de esquematización.

Tabla 11

Ejemplo de inferencia de procesos.

PUNTO DE PARTIDA	PROCESOS	PUNTO DE LLEGADA
<p>1) Puentes de Königsberg</p> <p>Dos islas en el río Pregel que cruza Königsberg se unen entre ellas y con la tierra firme mediante siete puentes. ¿Es posible dar un paseo empezando por una cualquiera de las cuatro partes de tierra firme, cruzando cada puente una sola vez y volviendo al punto de partida?</p>	<p>????????????????</p>	<p>El problema anterior se puede trasladar a la siguiente pregunta: ¿se puede recorrer el dibujo terminando en el punto de partida sin repetir</p>
		 <p>las líneas?</p>

Fuente: diapositivas del profesor.

El profesor también les presentó el segundo documento (ver anexo 11) que era una lista de procesos agrupados y les comentó que en cada fila se habían agrupado algunos procesos por parecido de familia. Utilizó el ejemplo de los “hermanos Smith”, según lo describen Gleitman, Armstrong y Gleitman (1983). Como se puede observar, todos los hermanos tienen alguna característica en común si se comparan dos a dos, pero no hay ninguna característica en común a todos ellos. Tomó una de las filas donde había el siguiente grupo de procesos: argumentación, justificación, demostración y explicación y argumentó que si bien tenían muchas diferencias, entre ellos había un aire de familia



Figura 25. Aire de familia de los hermanos Smith. (Gleitman, Armstrong & Gleitman, 1983).

Después el profesor comentó que para confeccionar la lista de procesos del anexo 11, los procesos seleccionados primero fueron los 16 procesos que se derivan del modelo del EOS (figura 22) los cuales se completaron con otros procesos que aparecen en el currículo (en este caso el de secundaria obligatoria de Cataluña) y/o en artículos de investigación. Después se agruparon por aire de familia. A su vez, se habían dividido también en procesos y megaprosos.

En total, en el anexo 11 se propusieron dieciséis ejemplos de los cuales nueve eran ejemplos resueltos, siendo los ejemplos 7 y 8 tomados de la tarea “En el desierto” comentada anteriormente. A continuación, el profesor pidió a los participantes que seleccionasen el proceso activado en cada ejemplo de los nueve que quedaron sin ser seleccionados y después pasó a comentar los resultados. En los siguientes veinte minutos el profesor realizó un análisis de la tabla de procesos, mencionando aquellos procesos que a los alumnos no les parecían familiares. Como por ejemplo, el proceso de reificación (síntesis, encapsulación), para cuya explicación, el profesor señaló la

metáfora del paquete turístico. Así también, revisó los megaprosesos de resolución de problemas, comunicación y modelización.

Después de explicar con más detalle algunos de los procesos que resultaron más desconocidos, el profesor entregó nuevamente los anexos 10 y 11 con el objetivo de observar los cambios que se producían en las respuestas de los participantes con respecto a la primera respuesta. Dado que en la segunda respuesta al cuestionario hubo menos dispersión en las respuestas el profesor resaltó que, dentro de la ambigüedad inevitablemente asociada a la enseñanza de este tipo de contenido, es posible llegar a un cierto consenso sobre su terminología y conceptualización.

Por último, el profesor propuso a los participantes que destacaran algunos de los procesos activados en el episodio inicial sobre los dos barrios. Después de comparar sus respuestas con el análisis realizado en Font, Planas y Godino (2010), se consensuó que en todo el episodio se observa un proceso de institucionalización de la solución del problema que propone Alicia. En la trayectoria argumentativa que lleva a dicha institucionalización, alumnos y profesor adoptan tanto el papel de proponente como el de oponente. Alicia realiza un proceso de generalización al considerar el problema un caso particular de un problema más general [1, 19]. En [3] hace un proceso de enunciación de una proposición sin ninguna justificación. A instancias del profesor, realiza un proceso de argumentación [23, 27, 29]: en [23] escribe en la pizarra (proceso de representación y materialización) signos matemáticos que un observador experto puede interpretar como el uso del concepto de densidad y de procedimientos como son, entre otros, la división y la comparación de densidades; en [27] realiza un proceso de enunciación y comunicación de una proposición que un observador experto puede interpretar como la inferencia que se obtiene de aplicar el concepto de densidad y el procedimiento de comparación de densidades; en [29] vuelve a escribir en la pizarra

(proceso de representación y materialización) signos matemáticos que un observador experto puede interpretar como (a) el planteamiento de una ecuación y (b) su resolución.

Emilio hace un proceso de enunciación de una proposición [7] y después [11, 16] realiza procesos de argumentación basados en su conocimiento del contexto extramatemático del problema. Por su parte, Mateo hace dos procesos de comunicación [15, 34] cuando plantea, respectivamente, la posibilidad de resolver el problema por el método de ensayo y error y la de obtener soluciones aproximadas. En cuanto al profesor del episodio, en prácticamente todas sus intervenciones gestiona el proceso de institucionalización de la solución hallada, dedicando solo algún momento a procesos de argumentación para solventar dudas de alumnos. En la transcripción, profesor y alumnos llevan a cabo procesos de valoración [8, 9, 16, 20, 24, 46] que están sustentados por normas y metanormas.

Gestión de la interacción, resolución de conflictos y normas

A continuación el profesor retomó algunos de los comentarios iniciales de los participantes cuando éstos comentaron por primera vez el episodio inicial y les recordó que algunos de ellos habían comentado el conflicto entre uno de los participantes (Emilio) y el profesor del episodio. Después les preguntó a los participantes que seleccionaran los conflictos que se habían producido en el episodio.

En el apuesta en común el profesor resaltó que en el episodio analizado, el primer y seguramente el principal conflicto se produce cuando el profesor del episodio crea un conflicto a Emilio y le dice [8] que el argumento que ha aplicado en (i) no le servirá para contestar (ii), esperando que dicho alumno cambie su argumentación, basada en su

conocimiento del contexto extramatemático, por una argumentación “más matemática”. Es de suponer que la intención del profesor del episodio es crear una contradicción en el alumno acerca de las prácticas que ha realizado; se trata de la estrategia metodológica de crear un conflicto en el alumno, puesto que la disparidad se produce entre prácticas de un mismo sujeto. El profesor comentó que en el EOS a este tipo de conflicto se le llama conflicto semiótico de tipo cognitivo.

Emilio, en lugar de resolver el conflicto semiótico de tipo cognitivo de la manera que parece esperar el profesor del episodio, plantea un conflicto entre su “mundo de la vida” y la “clase de matemáticas” [9-14]. De algún modo, Emilio se hace portavoz de una manera válida de resolver el problema en el “mundo de la vida” que contrapone a la resolución válida en el aula de matemáticas cuyo portavoz en este caso es el profesor del episodio. Se trata de un conflicto interaccional entre personas, pero se puede interpretar que estas personas proponen prácticas válidas en instituciones diferentes: mundo de la vida y aula de matemáticas. Si la disparidad se produce entre prácticas propias de instituciones diferentes, en el EOS se habla de conflicto semiótico de tipo epistémico. La interacción en torno a este conflicto finaliza cuando el profesor del episodio apela al principio de autoridad [14]. Emilio, sin embargo, vuelve a manifestar este conflicto en [36].

También se produce un conflicto semiótico de tipo interaccional cuando Alicia y Mateo discrepan sobre si el procedimiento de ensayo y error se puede considerar “matemático” [16-17]. La intervención del profesor del episodio interrumpiendo la discusión deja este conflicto abierto [18], volviendo a aparecer posteriormente [34]. Cuando la disparidad se produce entre las prácticas de dos sujetos diferentes en interacción social en el EOS se habla de conflicto semiótico de tipo interaccional. El profesor hizo observar a los participantes que los tipos de conflicto semiótico introducidos no son excluyentes

puesto que un mismo conflicto puede ubicarse en un tipo u otro en función de la perspectiva que se adopte. Por ejemplo, el conflicto epistémico entre Emilio y el profesor del episodio también es un conflicto interaccional y los conflictos cognitivos de una persona a menudo son resultado de interacciones sociales generadoras de conflicto.

El profesor a continuación explicó las nociones de conflicto semiótico en el EOS y los tipos de configuraciones didácticas contempladas en este enfoque. En el EOS se llama configuración didáctica a la secuencia interactiva que tiene lugar a propósito de la resolución de una situación problema. Una configuración didáctica se compone de una configuración epistémica, esto es, una situación problema, lenguajes, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos, que pueden estar a cargo del profesor, de los estudiantes o bien distribuirse entre ambos en interacción. El profesor puede desempeñar, por ejemplo, las funciones de asignación, motivación, recuerdo, interpretación, regulación y evaluación, mientras que el alumno puede desempeñar, entre otras, las funciones de exploración, comunicación, validación, recepción y autoevaluación.

La herramienta configuración didáctica permite realizar un análisis detallado de los procesos de instrucción matemática. Conviene, sin embargo, partir de configuraciones didácticas teóricas de referencia. Por ello, en el EOS se cuatro tipos teóricos, que se designan como configuraciones adidáctica, magistral, dialógica y personal.

La configuración adidáctica se toma de Brousseau (1997). Este investigador propone una manera de organizar el trabajo del profesor y el de los alumnos a propósito de un saber matemático pretendido, que se considera óptima en términos del aprendizaje de los alumnos y que da lugar, en su forma ideal, a una configuración teórica adidáctica. La

secuencia de situaciones adidácticas de exploración, formulación y validación por parte del profesor, y la situación didáctica de institucionalización concretan el papel del estudiante en interacción con el medio (profesor, conocimientos pretendidos, recursos materiales y cognitivos...).

La configuración teórica magistral se basa en la manera tradicional de enseñar matemáticas con exposición, seguida de ejercicios de aplicación de los contenidos presentados. Primero se introduce el componente discursivo del significado de los objetos matemáticos y se deja la responsabilidad de dar sentido al discurso a los estudiantes por medio de ejemplos, ejercicios y aplicaciones. Se trata de una decisión topogenética: “primero, yo, el profesor, te doy las reglas generales, después tú las aplicas”. En este tipo de configuración hay exploración, formulación y validación, pero son responsabilidad del estudiante o se activan en momentos puntuales de evaluación.

Una variante intermedia entre los tipos anteriores puede definirse cuando el profesor se encarga de la formulación y validación, mientras que los alumnos se responsabilizan de la exploración. La institucionalización tiene lugar mediante un diálogo entre el docente y los alumnos, quienes han tenido ocasión de asumir la tarea, familiarizarse con ella y posiblemente de esbozar alguna técnica de solución. En este caso, se habla de configuración teórica dialógica.

Otro tipo teórico de configuración didáctica se tiene cuando el estudiante resuelve la situación problema sin intervención directa del docente. Esto ocurre cuando los alumnos resuelven ejercicios propuestos por el profesor o incluidos en el libro de texto. Se trata de un tipo de configuración en la que predomina el estudio personal y que se denomina configuración didáctica personal.

En los vértices del cuadrado de la Figura 26 (Godino, Contreras y Font, 2006), se representan los cuatro tipos de configuraciones teóricas. Las configuraciones reales que acontecen pueden representarse mediante puntos interiores del cuadrado y estar más o menos próximas a estas configuraciones teóricas. A lo largo de un proceso de estudio, las configuraciones didácticas reales oscilarán en torno a los tipos teóricos.

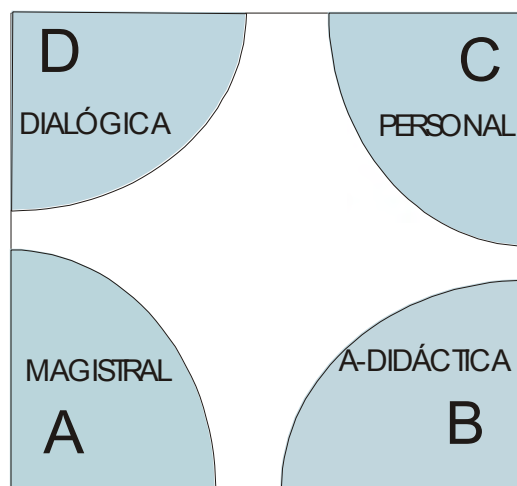


Figura 26. Configuraciones didácticas teóricas. Fuente (Godino, Contreras y Font, 2006).

En cada proceso de estudio, se produce una trayectoria de configuraciones didácticas, que a su vez se descompone en trayectorias más específicas, cuyo análisis lleva a la comprensión global de la trayectoria didáctica en su conjunto. Las seis trayectorias específicas que se consideran en El EOS se pueden agruparse en tres: trayectoria epistémica, instruccional (docente, mediacional y discentes) y cognitiva-afectiva (cognitivas y emocionales).

- Trayectoria epistémica: distribución temporal de prácticas, objetos y procesos (significado institucional implementado).
- Trayectoria docente: distribución de las acciones docentes en la instrucción.
- Trayectorias discentes: distribución de las acciones de los alumnos.
- Trayectoria mediacional: distribución de los recursos tecnológicos utilizados (libros, apuntes, manipulativos, software, etc.).
- Trayectorias cognitivas: cronogénesis de significados personales de los alumnos.
- Trayectorias emocionales: distribución temporal de los estados emocionales de los alumnos con relación a los objetos matemáticos y al proceso de estudio.

Dada la gran diversidad de interacciones didácticas ocurridas en cualquier proceso de estudio e influenciadas por las trayectorias mencionadas, a veces conviene centrarse en las interacciones en torno a conflictos de tipo semiótico de fácil identificación –en el sentido de ser fácilmente triangulable su identificación. En el EOS un conflicto semiótico es cualquier disparidad o discordancia entre los significados atribuidos a una expresión por dos agentes (personas o instituciones). Si la disparidad se produce entre significados institucionales se habla de conflictos semióticos epistémicos, mientras que si ocurre entre prácticas que forman el significado personal de una misma persona se habla de conflictos semióticos cognitivos. Cuando la disparidad se produce entre las prácticas (discursivas y actuativas) de dos personas en interacción comunicativa (alumno-alumno o alumno-profesor) se habla de conflictos semióticos interaccionales.

A continuación el professor comentó que la actividad matemática en el aula tiene una dimensión social ya que la clase es una micro-sociedad donde tiene lugar la difusión y

construcción de conocimiento matemático a través de la interacción social entre alumnos y profesor. En consecuencia, el aprendizaje matemático está condicionado por metaconocimientos matemáticos y didácticos, tales como las normas sociomatemáticas (Yackel & Cobb, 1996) y las cláusulas del contrato didáctico (Brousseau, 1997). Como ejemplo puso que la norma “No basta dar la solución de un problema, hay que justificar que la solución es correcta” que se hallaba en la transcripción del episodio en las líneas 2, 20, 24, 30. A continuación les propuso una lista de normas y les pidió que identificaran las líneas de la transcripción en las que se podía inferir la presencia de dichas normas (ver anexo 12)

A partir de la puesta en común a estas respuestas, el profesor comentó que en el EOS se utilizan diferentes criterios de clasificación de las normas: según el momento en que intervienen (diseño curricular, planificación, implementación y evaluación), según el aspecto del proceso de instrucción a que se refieren (epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional...), según su origen (disciplina, escuela, aula, sociedad...), según el tipo y grado de coerción (social y disciplinar), etc.

Seguidamente centró su atención en las normas epistémicas y dijo que en el EOS se entienden por normas epistémicas las configuraciones de objetos primarios (ver Figura 21) que regulan la práctica matemática en un marco institucional. Por otra parte, cada componente de la configuración de objetos está relacionado con normas metaepistémicas, denominadas normas sociomatemáticas. Si nos fijamos en las situaciones-problema, es necesario que el alumno pueda responder a preguntas del tipo: ¿qué es un problema?, ¿cuándo se ha resuelto? o ¿qué reglas conviene seguir para resolverlo? Lo mismo si nos fijamos en el componente “argumento” ya que el alumno necesita saber qué es un argumento en matemáticas, cuándo se considera válido, etc.

El profesor comentó que ya se habían detallado normas epistémicas al describir la configuración de objetos, pero que en la transcripción del episodio se pueden inferir otros tipos de normas y comentó la tabla 12 (Font, Planas y Godino, 2010, p. 101) haciendo observar que había: a) normas metaepistémicas (en el profesor, de N1 a N7; en Alicia, de N11 a N13; en Emilio, N14 y N15; en Mateo, N17 y N18); b) normas que regulan las interacciones (en el profesor, N8 y N9; en Emilio, N16; en Mateo, N19); y c) normas que regulan el uso de los materiales en el aula (en el profesor, N10; en Mateo, N20).

Tabla 12

*Identificación de normas en el episodio***Profesor**

- N1. No basta dar la solución de un problema, hay que justificar que la solución es correcta [4, 20, 24, 30].
- N2. Hay que interpretar el sentido de la solución en el contexto del problema [24].
- N3. Los enunciados de los problemas no se pueden modificar [14].
- N4. Hay una fase en la que tiene sentido trabajar con el modelo matemático con independencia del contexto inicial del problema [38].
- N5. Hay elementos importantes en matemáticas, como las ecuaciones, a diferencia de otros como el método de ensayo y error [46, 50].
- N6. Los problemas se pueden resolver por diferentes métodos, no todos ellos igual de matemáticos [6, 50].
- N7. El profesor decide sobre la validez de una argumentación [28, 49].
- N8. El profesor interviene para resolver dificultades de los alumnos [38, 40].
- N9. El profesor tiene un papel determinante en el inicio, distribución y finalización de intervenciones [2, 6, 18, 22, 50].
- N10. Se puede usar la calculadora (por ejemplo, para comprobar que la división es exacta) [40].

Alicia

- N11. Hay argumentaciones que no son válidas en matemáticas [16].
- N12. Hay aspectos que no son relevantes en matemáticas [43, 46].
- N13. Los problemas pertenecen a familias de problemas [1, 19].

Emilio

- N14. En la resolución de un problema contextualizado hay que usar lo que se sabe del contexto [7, 36].
- N15. Las preguntas de los problemas contextualizados deben ser coherentes con el contexto propuesto [9, 11, 13].
- N16. Los alumnos intervienen cuando no entienden algo [31].

Mateo

- N17. Los problemas tienen por objetivo la realización de prácticas matemáticas previamente planificadas por el profesor [15].
- N18. Los problemas se pueden resolver por diferentes métodos [15].
- N19. Los alumnos intervienen cuando no entienden algo [37].
- N20. Las soluciones correctas se tienen que copiar en el cuaderno de clase [49].

El profesor también remarcó que las normas N2 y N4 pueden ocasionar conflictos a los alumnos ya que según cómo se interpreten pueden ser contradictorias. La práctica matemática conlleva la posibilidad de desprenderse del contexto extramatemático y volver a él cuando conviene. Para algunos alumnos puede ser difícil entrar en este “juego de lenguaje”. El análisis realizado sobre la interacción muestra que dichos conflictos se produjeron.

Descriptor para la idoneidad epistémica

Una vez explicados los niveles de análisis 1-4 de tipo descriptivo-explicativo, el profesor retomó el problema de hallar criterios para poder valorar las “buenas matemáticas” implementadas en un proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Para ello, retomó los videos de los episodios correspondientes a los cinco minutos iniciales de las clases en las que tres profesoras explican la mediatriz. Lo primero que preguntó a los alumnos fue que valoraran y compararan la calidad de las matemáticas explicadas por la profesora 1 y la profesora 2. Dado que la primera profesora había impartido una clase magistral y la segunda era más constructivista, hubo participantes del curso que consideraron que la segunda profesora había impartido unas matemáticas de más calidad, aunque hubo también participantes que consideraron que la primera profesora había sido más precisa y rigurosa que la segunda.

El profesor hizo observar al grupo que los participantes que opinaban que la segunda clase era mejor que la primera no lo hacían por las matemáticas, sino que lo hacían por la metodología y que, si solo se miran las matemáticas de cada clase, tenían razón los

que consideraban que la segunda profesora era más imprecisa que la primera. Esto le llevó a formular un primer criterio de calidad matemática: *no debe haber errores matemáticos en las matemáticas enseñadas*. Después comentó que esto que parece evidente, se convertía en un criterio exigente cuando los profesores tenían una formación matemática insuficiente (lo cual es habitual en muchos países). Puso como ejemplo, el caso de un economista que quería ser profesor de secundaria de matemáticas y su tutor de prácticas escribió lo siguientes sobre él:

(...) se ha equivocado corrigiendo 2 de los ejercicios del examen (ahora ha de subir la nota de los alumnos que los tenían bien), uno de los errores era $2\sqrt{2} - \sqrt{2} = 1$, este lo ha visto él pero no estaba seguro de que estuviese mal, el otro se lo hemos tenido que decir una alumna y yo mismo... (Fuente: Diapositivas del profesor).

Después preguntó a los participantes si la clase de la profesora del tercer video era una clase en la que las matemáticas enseñadas eran mejores que las de las otras dos clases. Los participantes mayoritariamente consideraron mejor esta última clase. Las razones que dieron eran del tipo: <<se trata de unas matemáticas contextualizadas>> o <<se pretende la resolución de un problema>>. El profesor les hizo observar que su valoración positiva se basaba en el hecho de que la tercera profesora estaba promoviendo la realización de procesos relevantes en la actividad matemática como eran la modelización y la resolución de problemas. Seguidamente el profesor comentó que las reflexiones (e investigaciones) sobre la calidad matemática de los procesos de instrucción de las matemáticas son numerosas en el área de Educación Matemática. Todas ellas ponen de manifiesto que hay muchos aspectos que inciden sobre esta calidad y que, por tanto, se trata de una noción multidimensional. Cada una de las

aproximaciones considera la calidad matemática de una manera multidimensional pero pone el acento en dimensiones diferentes. Algunas de ellas destacan como elemento central de la calidad matemática el descriptor “riqueza matemática”, entendido como riqueza de procesos matemáticos.

Después el profesor comentó que un ejemplo relevante de este tipo de aproximaciones son los trabajos de Hill y colaboradores. Según Hill et al. (2008) se puede definir la calidad matemática de la instrucción como un compuesto de varias dimensiones que caracterizan el rigor y la riqueza de las matemáticas de la clase, incluyendo la presencia y ausencia de errores matemáticos, explicación y justificación matemática, representaciones matemáticas y observaciones relacionadas. Estos autores han desarrollado un sistema de categorías para medir la calidad matemática de la instrucción (Hill, 2010). Estas son: a) Formato del segmento, b) El trabajo en las clases está conectado a las matemáticas, c) La riqueza de las matemáticas, d) Trabajo con los estudiantes, e) Errores e imprecisiones en el lenguaje, f) Participación de los estudiantes. A su vez para cada categoría se tienen subcategorías. Por ejemplo, para la riqueza de las matemáticas, se tiene: 1) Explicaciones matemáticas, 2) Múltiples procedimientos o métodos de resolución, 3) El desarrollo de generalizaciones matemáticas, 4) El lenguaje matemático, 5) Riqueza de las matemáticas en general.

Después de estos comentarios, el profesor propuso considerar como criterio de calidad matemática el siguiente criterio: *riqueza de procesos matemáticos*, en el sentido de que la resolución de las tareas propuestas conlleva la realización de procesos relevantes en la actividad matemática, como son la argumentación, la resolución de problemas, la modelización y el proceso de conexión. Después comentó que si se asume este criterio de calidad, entonces sí que se puede considerar que la tercera profesora implementa en sus clases unas matemáticas de más calidad que las dos primeras, ya que la tercera

fomenta la modelización, la argumentación y la resolución de problemas, mientras que la primera y la segunda dedican la mayoría del tiempo al proceso de mecanización.

Después el profesor comentó que en las tres clases se habían impartido unas matemáticas diferentes, en el sentido que la configuración epistémica en cada clase era diferente, en la primera clase se tenía una configuración epistémica alrededor de la definición de la mediatriz como perpendicular que pasa por el punto medio, en la segunda alrededor de la definición de mediatriz como el lugar geométrico formado por todos los puntos que están a igual distancia de los extremos del segmento y en el tercer caso alrededor de la definición de mediatriz como frontera. Estas reflexiones las hizo utilizando la diapositiva de la figura 27.

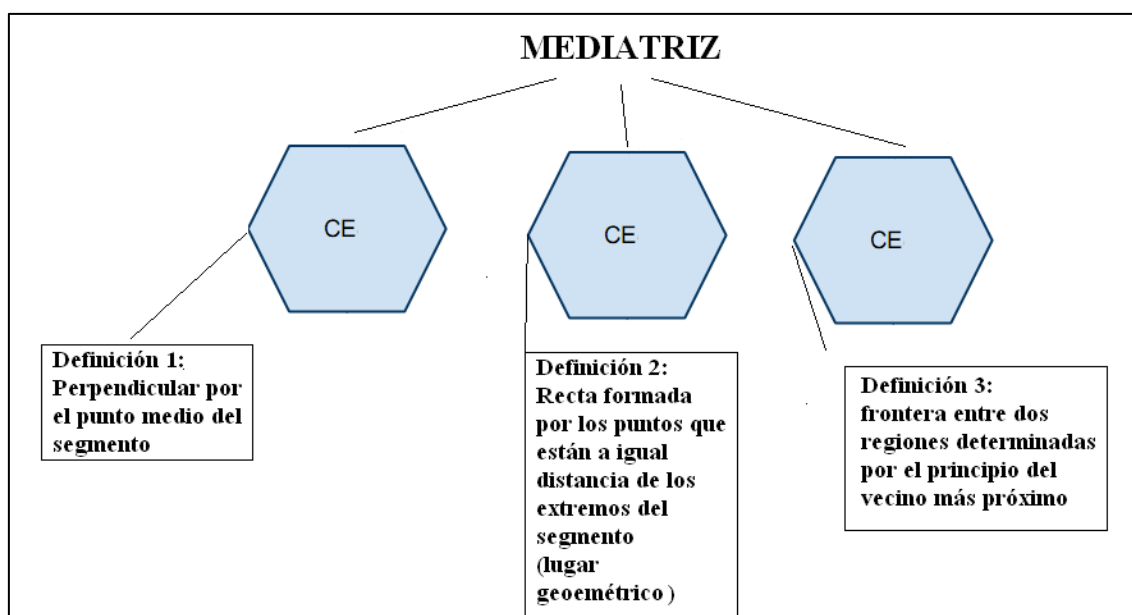


Figura 27. Caracterización de proceso. Fuente: diapositivas del profesor.

El profesor comentó que alguien podía pensar, por ejemplo, que la esencia de la mediatriz era la de ser un lugar geométrico y que era mejor explicarla como lugar geométrico y no como perpendicular por el punto medio del segmento. Ahora bien, esta era una manera de enfocar la cuestión que no tenía en cuenta la complejidad de los

objetos matemáticos. La complejidad del objeto matemático lleva a pensar no en un objeto unitario sino en un sistema complejo, formado por partes o componentes.

El profesor comentó que, en mayor o menor medida, la problemática de la complejidad asociada al objeto matemático, y la articulación de los componentes en los que estalla esta complejidad, está presente en casi todos los marcos teóricos emergentes en el área de la Educación Matemática. Después el profesor comentó que una buena herramienta para mostrar esta complejidad son los mapas conceptuales, pero que otro instrumento útil para describir la pluralidad (sin buscar la exhaustividad) de conglomerados de representaciones, definiciones, propiedades, tipos de problemas, etc. que a lo largo del tiempo se han ido sucediendo para el estudio de un objeto matemático es la herramienta configuración epistémica propuesta por el EOS. A continuación el profesor mostró algunos mapas conceptuales que pretenden captar la complejidad de determinados objetos matemáticas, como el de la diapositiva que sigue (figura 28) para la media aritmética.

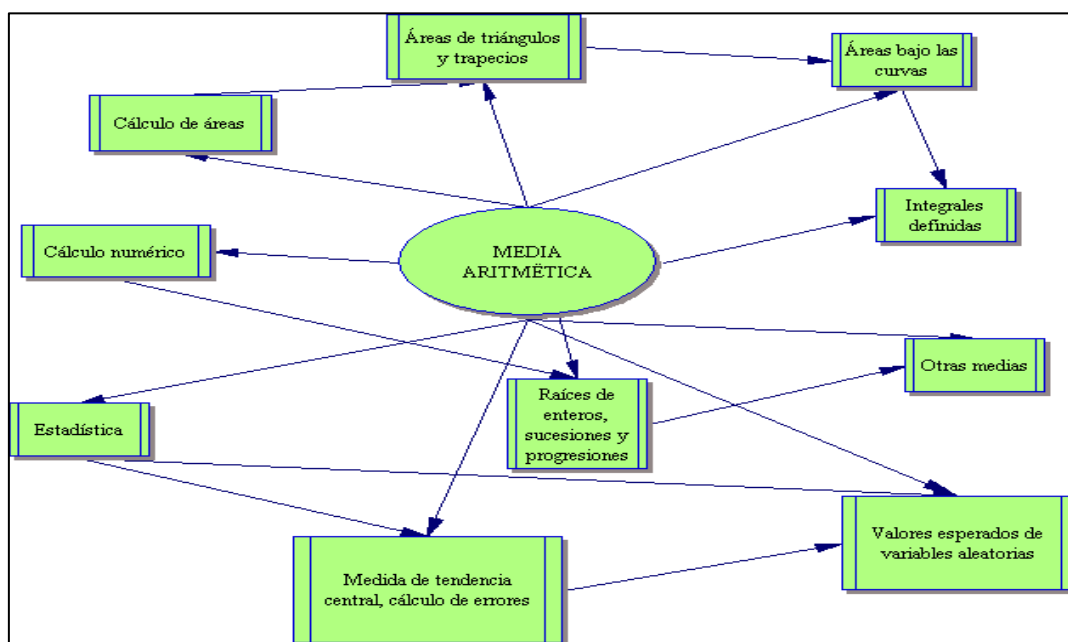


Figura 28. Mapa conceptual de la media aritmética. Fuente: diapositivas del profesor.

Después explicó que, en el marco del EOS, se ha profundizado sobre la mirada compleja de los objetos matemáticos, introduciendo la idea de significados parciales y la descripción de estos significados parciales en términos de prácticas y configuraciones epistémicas de objetos primarios, activados en dichas prácticas. Seguidamente comentó que esta mirada compleja se ha aplicado a diferentes objetos matemáticos. Por ejemplo, en Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2006) para el objeto función, en Godino, Font, Wilhelmi y Arrieche (2009) para el caso del número natural y en Pino, Godino y Font (2011) para la derivada.

Seguidamente el profesor comentó que en Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2006) se considera que, a lo largo de la historia, las diferentes civilizaciones han ido generando diferentes configuraciones epistémicas para el estudio de las funciones, algunas de las cuales han servido para generalizar algunas de las preexistentes. Dicha evolución se puede organizar en cuatro configuraciones epistémicas que en la figura 29 están dispuestas en círculos concéntricos. Esta disposición expresa la progresiva ampliación de los sistemas de prácticas matemáticas asociados a la noción de función, desde planteamientos implícitos/intuitivos (protomatemáticos), hasta la formalización más general mediante la teoría de conjuntos.

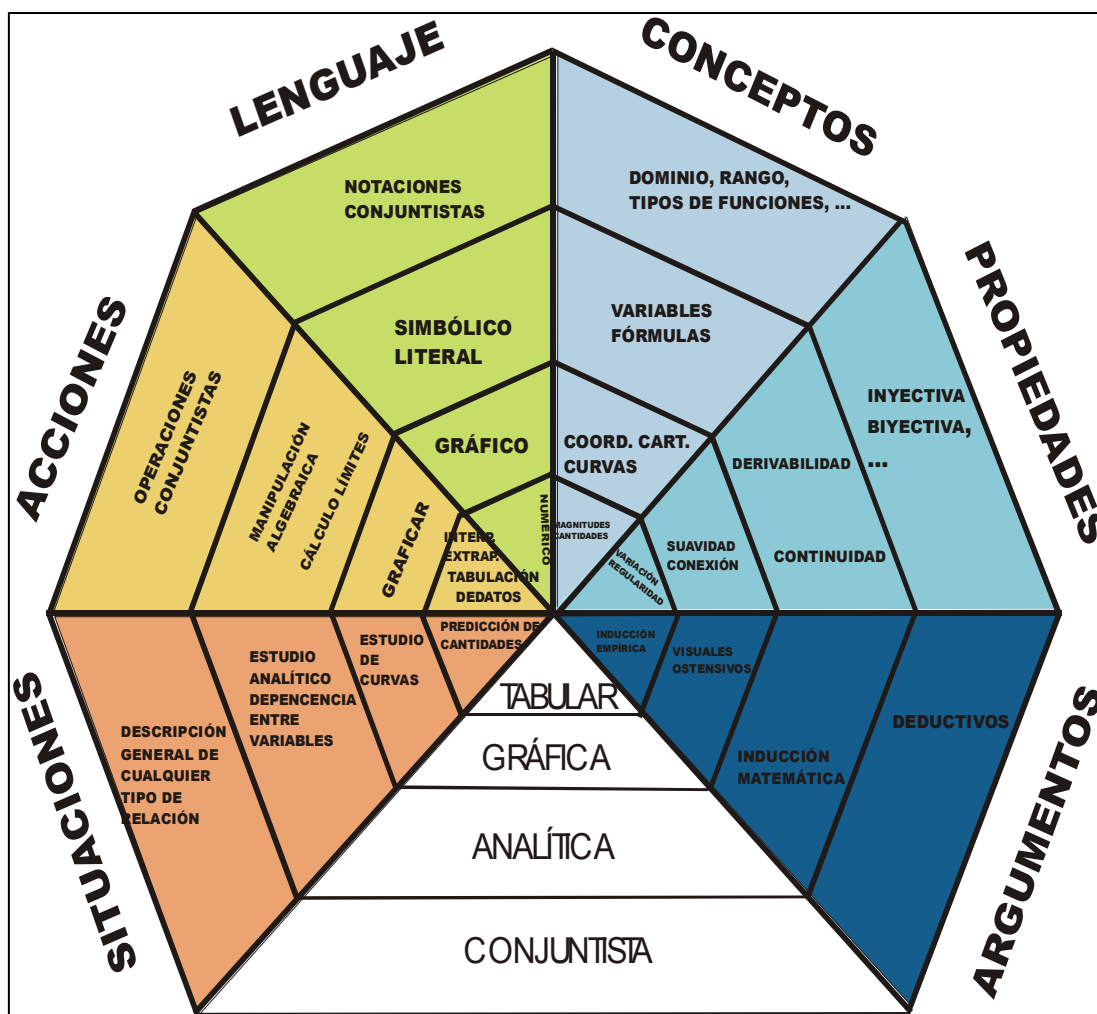


Figura 29. Configuraciones epistémicas de la noción de función. Fuente: Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2006).

Después hizo un comentario parecido para el caso del número natural utilizando la diapositiva de figura 30 y otro para el caso de la derivada utilizando la diapositiva de la figura 31.

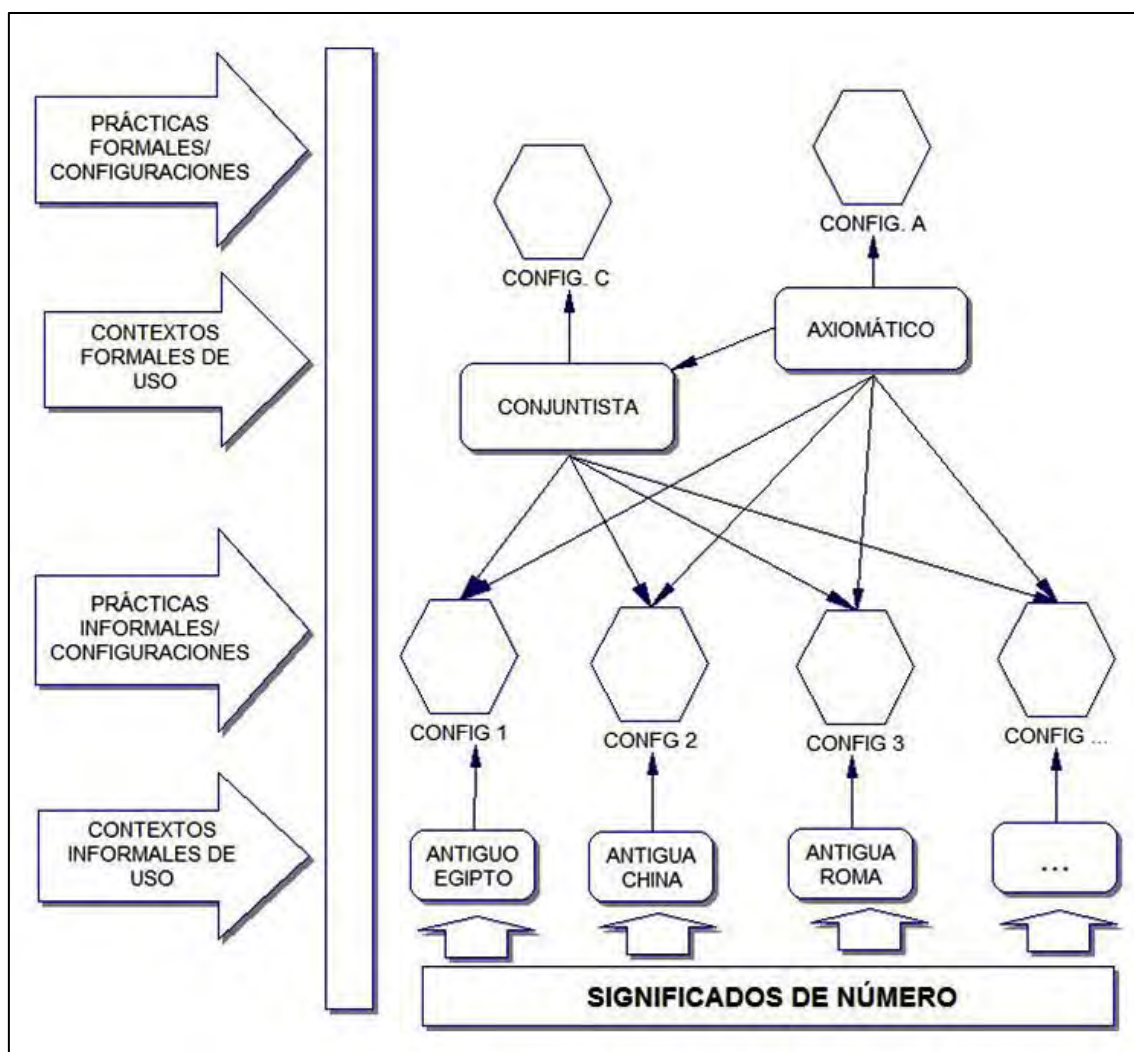


Figura 30. Configuraciones epistémicas de la noción de número natural. Fuente: Godino, Font, Wilhelmi y Arrieche (2009).

El profesor resaltó que introducir la reflexión sobre la dialéctica complejidad-articulación en el proceso de enseñanza y aprendizaje) de un objeto matemático tiene la ventaja de que nos permite generar criterios de calidad matemática de un proceso de enseñanza y aprendizaje para este objeto. Por una parte, la complejidad nos da un marco de referencia para generar el criterio de representatividad (en el sentido que la secuencia de tareas es una muestra representativa de la complejidad del objeto que se quiere enseñar). A su vez, la tipología de procesos de articulación ayuda a concretar el proceso

de conexión, que es uno de los procesos que se tienen en cuenta para hablar de riqueza matemática de una secuencia de tareas (se habla de riqueza en el sentido de que la resolución de las tareas propuestas conlleva la realización de procesos relevantes en la actividad matemática, como son la argumentación, la resolución de problemas, la modelización y, en particular, el proceso de conexión).

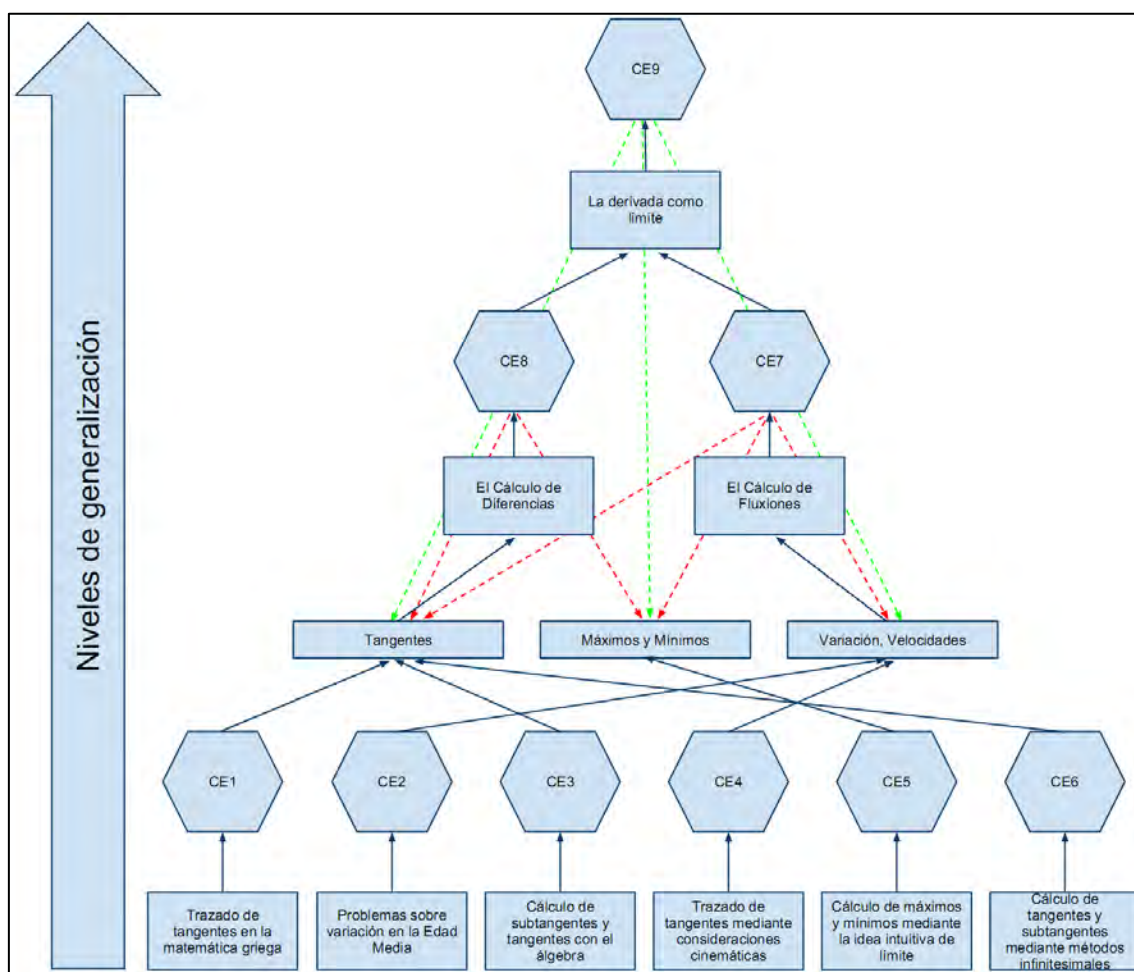


Figura 31. Configuraciones epistémicas de la noción de derivada. Fuente: Pino-Fan, Godino y Font (2011).

Seguidamente propuso un nuevo criterio de calidad matemática: que la secuencia de tareas fuese representativa de la complejidad del objeto matemático que se quería

enseñar. Después comentó que, en el caso de las clases sobre la mediatriz comentadas anteriormente, lo más recomendable sería explicar los tres significados parciales (perpendicular que pasa por el punto medio, lugar geométrico y frontera) en lugar de uno solo de los tres. Después comentó que en el EOS este criterio de calidad se deriva de su manera de entender el significado de un objeto matemático y que su primera formulación seguramente se halle en el artículo de Ramos y Font (2006) como se puede ver en los párrafos siguientes:

Cuando se define el significado de un objeto matemático en términos de prácticas, tal como se propone en el marco EOS (Godino y Batanero, 1994), es posible distinguir entre *sentido* y *significado*, ya que el primero se entiende como un *significado parcial*. El significado de un objeto matemático, entendido como sistema de prácticas, se puede parcelar en diferentes clases de prácticas más específicas que son utilizadas en un determinado contexto. Cada contexto ayuda a generar sentido (permite generar un subconjunto de prácticas), pero no genera todos los sentidos.

Desde esta perspectiva, un criterio de idoneidad de una trayectoria didáctica para un objeto matemático es que el conjunto de prácticas implementadas en la institución sea un conjunto, lo más representativo posible, del sistema de prácticas que son el significado de referencia del objeto. Dicho en términos de contextos, hay que presentar a los alumnos una muestra de contextos lo más representativa posible, una muestra de contextos que permita diseñar en la institución un significado pretendido que incorpore los sentidos del objeto que se consideran más importantes en el significado de referencia (Ramos y Font, 2006, p. 552-553).

Seguidamente el profesor comentó que este criterio implica construir una “referencia” con la cual valorar dicha representatividad y que la primera referencia a tener en cuenta es la complejidad matemática del objeto en cuestión. Seguidamente comentó que hay

que tener presente que esta “referencia matemática” presenta las siguientes características: 1) está distribuida, no reside ni en una sola institución matemática, ni en un único libro de matemáticas, etc. 2) es holística, en el sentido de que se debe analizar, entre otros, desde los puntos de vista histórico y epistemológico. Después comentó que esta complejidad matemática del objeto es parcialmente contemplada en el currículum y que por tanto, también se puede pensar en una referencia curricular para valorar la representatividad de la secuencia de tareas implementada. Por último, comentó que incluso en el caso de limitar la representatividad a un solo significado parcial del objeto, hay que pensar si los problemas propuestos son una muestra representativa, si está presente una muestra representativa de representaciones, etc.

A continuación el profesor retomó el tema de los errores y argumentó que si bien hay profesores que cometen errores muchos otros no lo hacen, pero que casi todos presentamos ambigüedades en nuestras explicaciones que pueden ser la causa de errores en los alumnos. Puso como ejemplo las ambigüedades asociadas al uso de software dinámico, para ello retomó el ejemplo del cálculo de la derivada de la función exponencial de base el número e (anexo 9).

Los alumnos, antes de contestar el cuestionario, habían estado trabajando con la representación gráfica de la función $f(x) = e^x$ en un software dinámico que les permitió hallar una condición que cumplen todas las subtangentes (tienen una longitud igual a 1). Ahora bien, el uso de este software dinámico, además de permitir la generalización que se pretende, produce otros efectos, uno de los más importantes es que estructura implícitamente las gráficas funcionales en términos de la metáfora siguiente: "La gráfica de una función se puede considerar como la traza que deja un punto que se mueve sobre un camino (la gráfica)" (Font, Bolite y Acevedo, 2010):

Tabla 13

La gráfica es la traza que deja un punto que se mueve sobre un camino.

DOMINIO DE PARTIDA CAMINO	DOMINIO DE LLEGADA GRÁFICAS DE FUNCIONES
Una localización en el camino	Punto de la gráfica
Estar sobre el camino	La relación de pertenencia (ser un punto de la gráfica)
Origen del camino	Origen de la gráfica (por ejemplo, menos infinito)
Final del camino	Final de la gráfica (por ejemplo más infinito)
Estar fuera del camino	Puntos que no pertenecen a la gráfica

Fuente: Font, Bolite y Acevedo, (2010).

Pero no sólo los programas informáticos facilitan estructurar las gráficas como trazas de puntos, la misma manera de hablar, el discurso que se realiza sobre las gráficas, puede llevar a entender las gráficas de funciones de esta manera (Font, 2000; Font, Bolite y Acevedo, 2010). En muchos casos, el discurso metafórico del profesor puede inducir al alumno a entender el punto de una gráfica como un punto determinado sobre un camino que se recorre o una línea por la cual se transita. Palabras como “antes de”, “después de” pueden producir este efecto en el alumno. En dicha metáfora se sugiere una organización espacial, se tiene un origen (“de”), un camino (“pasa por”, “aquí”, “a lo largo”), y un fin (“a”, “hasta”) y además se contempla algo que se mueve (punto, objeto, etc.) y que se puede localizar en un momento dado.

El profesor comentó que el uso de las metáforas dinámicas tiene sus ventajas, pero también sus inconvenientes como se muestra en la investigación explicada en Font (2000). En dicha investigación se describe una situación de enseñanza-aprendizaje en la que alumnos de 17 años utilizan software dinámico con el objetivo de ayudarles a entender que la recta tangente es la recta a la cual se aproximan las rectas secantes. En

este contexto, se observó que el hecho de que el profesor utilizara de manera inconsciente un discurso dinámico producía la siguiente dificultad en los alumnos:

(...) observamos que había alumnos que, cuando movían el punto A, pensaban que el nuevo punto continuaba siendo el punto A y que la nueva recta tangente era la misma que antes pero con diferente inclinación. De hecho, es como si estructurasen la situación en términos de una persona que se mueve (punto A) con un saco en la espalda (recta tangente) por una carretera que primero sube y después baja (gráfica) y considerasen que la persona y el saco siempre son los mismos a pesar de estar en diferentes lugares y tener diferente inclinación."

(Font, 2000, p. 122).

El profesor terminó este ejemplo comentando que esto sería un buen ejemplo de <<ambigüedades>>, si bien no se pueden considerar que sean errores, si son explicaciones que pueden generar errores en los alumnos.

Otro ejemplo que puso el profesor fue el caso de una profesora en prácticas que enseñaba la función de segundo grado utilizando tablas triples para representarlas (ver figura 32) pero utilizaba la misma letra para representar dos funciones diferentes. Esta profesora se dio cuenta de esta ambigüedad cuando corrigió los exámenes de los alumnos y se sorprendió de los errores que cometían

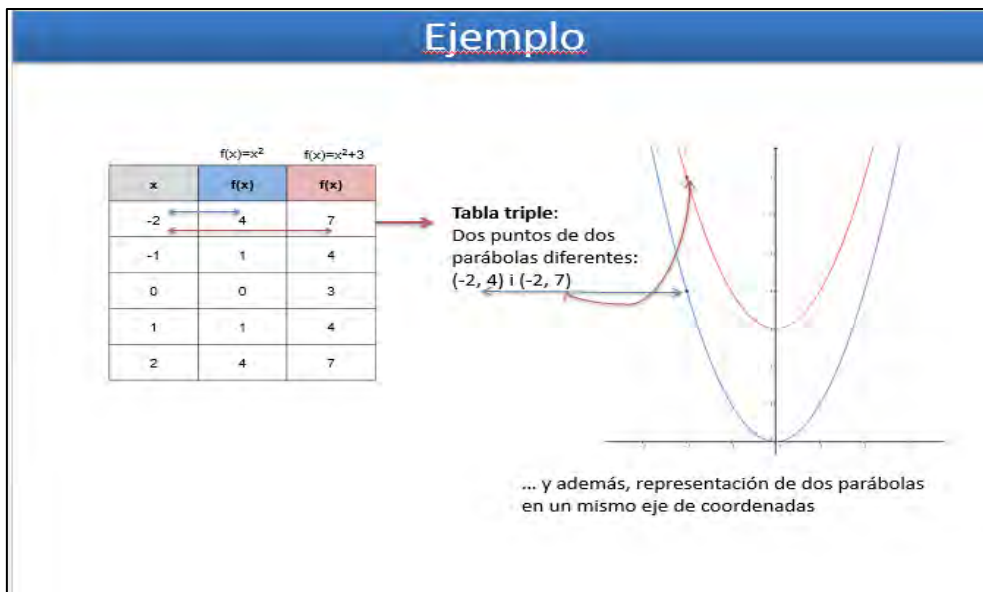


Figura 32. Ejemplo profesora en formación. Fuente: diapositivas del profesor.

También puso un ejemplo de un libro de texto que pretende explicar la función derivada y afirma que la variable independiente es constante (figura 33).

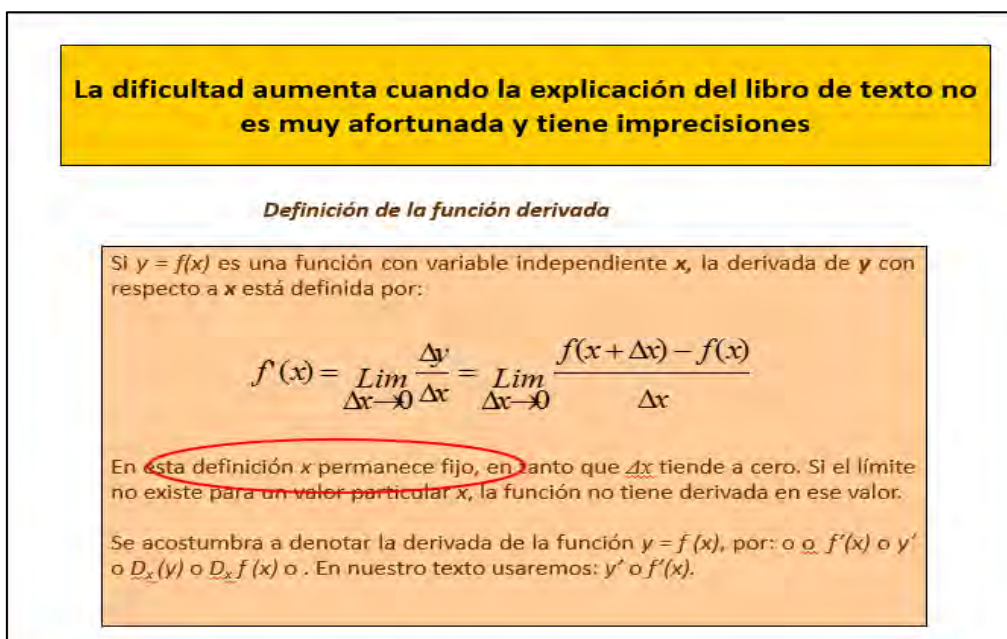


Figura 33. Ejemplo de ambigüedad. Fuente: diapositivas del profesor.

Después de todos estos ejemplos el profesor propuso los siguientes componentes y descriptores para valorar la idoneidad epistémica de un proceso de instrucción (figura 34):

<p>1. Idoneidad epistémica: <i>Grado de representatividad de los significados institucionales implementados o pretendidos (respecto de un significado de referencia) y de “riqueza” matemática</i></p> <p>Valorar si las matemáticas que se enseñan son unas “buenas matemáticas”. ¿Se han enseñado unas matemáticas de calidad?</p>	
COMPONENTES:	DESCRIPTORES:
Errores	No se observan errores
Ambigüedades	No se observan ambigüedades que puedan llevar a la confusión a los alumnos: definiciones y procedimientos clara y correctamente enunciados, adaptados al nivel educativo al que se dirigen; adecuación de las explicaciones, comprobaciones, demostraciones al nivel educativo a que se dirigen, uso controlado de metáforas, etc.
Riqueza de procesos	La secuencia de tareas contempla la realización de procesos relevantes en la actividad matemática (modelización, argumentación, resolución de problemas, conexiones, etc.)
Representatividad:	<p>Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar contemplada en el curriculum</p> <p>Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar</p> <p>Para uno o varios significados parciales, Muestra representativa de problemas.</p> <p>Para uno o varios significados parciales, uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico...), tratamientos y conversiones entre los mismos.</p>

Figura 34. Componentes y descriptores de la idoneidad epistémica. Fuente: diapositivas del profesor

Componentes y descriptores de los criterios de idoneidad

Para finalizar el profesor retomó la idea de que la operatividad de los criterios de idoneidad exige definir un conjunto de indicadores observables, que permitan valorar el grado de idoneidad de cada una de las facetas del proceso de estudio. Después comentó que en el *Máster en Formación de Profesores de Secundaria en Matemáticas* de la Universidad de Barcelona, del 2010 al 2014, y en el *Máster Interuniversitario en Formación de*

Profesores de Secundaria en Matemáticas de Catalunya del 2014 al 2016, se había utilizado la pauta de descriptores propuesta en Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2007). Pero que con el tiempo se fueron modificando algunos de los descriptores y que actualmente se estaba utilizando la reformulación realizada por Font (2014). A continuación presentó, en las tablas 6-11 (Font, 2014), los componentes de los criterios de idoneidad y, de forma más detallada, los descriptores que los hacen operativos.

Tabla 14

Componentes y descriptores de la idoneidad epistémica.

COMPONENTES	DESCRITORES
Errores	<ul style="list-style-type: none"> ▪ No se observan prácticas que se consideren incorrectas desde el punto de vista matemático.
Ambigüedades	<ul style="list-style-type: none"> ▪ No se observan ambigüedades que puedan llevar a la confusión a los alumnos: definiciones y procedimientos clara y correctamente enunciados, adaptados al nivel educativo al que se dirigen; adecuación de las explicaciones, comprobaciones, demostraciones al nivel educativo a que se dirigen, uso controlado de metáforas, etc.
Riqueza de procesos	<ul style="list-style-type: none"> ▪ La secuencia de tareas contempla la realización de procesos relevantes en la actividad matemática (modelización, argumentación, resolución de problemas, conexiones, etc.).
Representatividad	<p>Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar contemplada en el currículo)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar. • Para uno o varios significados parciales, muestra representativa de problemas. • Para uno o varios significados parciales, uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico...), tratamientos y conversiones entre los mismos.

Tabla 15
Componentes y descriptores de la idoneidad cognitiva

COMPONENTES	DESCRIPTORES
Conocimientos previos (Componentes similares a la idoneidad epistémica)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio). ▪ Los significados pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes.
Adaptación curricular a las diferencias individuales	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo.
Aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los diversos modos de evaluación muestran la apropiación de los conocimientos/competencias pretendidas o implementadas.
Alta demanda cognitiva	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Se activan procesos cognitivos relevantes (generalización, conexiones intramatemáticas, cambios de representación, conjeturas, etc.) ▪ Promueve procesos metacognitivos.

Tabla 16
Componentes y descriptores de la idoneidad interaccional

COMPONENTES	DESCRIPTORES
Interacción docente-discente	<ul style="list-style-type: none"> ▪ El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.) ▪ Se reconocen y resuelven los conflictos de significado de los alumnos (se interpretan correctamente los silencios de los alumnos, sus expresiones faciales, sus preguntas, se hace un juego de preguntas y respuestas adecuado, etc.) ▪ Se busca llegar a consensos con base al mejor argumento. ▪ Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos. ▪ Se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase y no la exclusión
Interacción entre discentes	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Se favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes. ▪ Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión.
Autonomía	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (exploración, formulación y validación).
Evaluación formativa	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Observación sistemática del progreso cognitivo de los alumnos.

Tabla 17

Componentes y descriptores de la idoneidad mediacional

COMPONENTES	DESCRIPTORES
Recursos materiales (Manipulativos, calculadoras, computadores)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Uso de materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al significado pretendido. ▪ Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones.
Número de alumnos, horario y condiciones del aula	<ul style="list-style-type: none"> ▪ El número y la distribución de los alumnos permite llevar a cabo la enseñanza pretendida. ▪ El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no se imparten todas las sesiones a última hora). ▪ El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido.
Tiempo (De enseñanza colectiva /tutorización; tiempo de aprendizaje)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Adecuación de los significados pretendidos /implementados al tiempo disponible (presencial y no presencial). ▪ Inversión del tiempo en los contenidos más importantes o nucleares del tema. ▪ Inversión del tiempo en los contenidos que presentan más dificultad.

Tabla 18

Componentes y descriptores de la idoneidad emocional

COMPONENTES	DESCRIPTORES
Intereses y necesidades	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Selección de tareas de interés para los alumnos. ▪ Proposición de situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional
Actitudes	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Promoción de la implicación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc. ▪ Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice.
Emociones	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Promoción de la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas. ▪ Se resaltan las cualidades de estética y precisión de las matemáticas.

Tabla 19
Componentes y descriptores de la idoneidad ecológica

COMPONENTES	DESCRIPTORES
Adaptación al currículo	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares
Conexiones intra e interdisciplinarias	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los contenidos se relacionan con otros contenidos matemáticos (conexión de matemáticas avanzadas con las matemáticas del currículo y conexión entre diferentes contenidos matemáticos contemplados en el currículo) o bien con contenidos de otras disciplinas (contexto extramatemático o bien con contenidos de otras asignaturas de la etapa educativa).
Utilidad sócio-laboral	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Los contenidos son útiles para la inserción socio-laboral
Innovación didáctica	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Innovación basada en la investigación y la práctica reflexiva (introducción de nuevos contenidos, recursos tecnológicos, formas de evaluación, organización del aula, etc.).

4. RETROALIMENTACIÓN POSTERIOR A LA FINALIZACIÓN DEL CURSO

En este apartado se explica la sesión de retroalimentación posterior a la finalización del curso, en la que se revisaron los contenidos del curso y se seleccionaron algunos de ellos para ser enseñados en un ciclo formativo diseñado para desarrollar la competencia de análisis didáctico en futuros profesores y que sería implementado por la profesora.

La sesión se realizó en julio del 2014 y participaron la profesora que se ofreció a ser estudiada, la investigadora y el profesor que había realizado el curso de formación sobre análisis didáctico de procesos de instrucción en la Universidad de los Lagos en el que participó la profesora. En la primera fase el profesor experto en el modelo de análisis didáctico hizo un resumen recordatorio de los contenidos trabajados en el curso. En la

segunda fase se seleccionaron los contenidos de este curso que, previa adaptación, serían explicados a los alumnos de la profesora (futuros profesores), primero por ella misma y después, en una sesión de retroalimentación por el profesor experto en el EOS que había impartido el curso. La profesora investigada argumentó que ella veía razonable incorporar la parte de la valoración de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas utilizando los componentes y descriptores de la idoneidad didáctica y que, sobre todo por cuestiones de tiempo, no veía factible incorporar los otros niveles de análisis didáctico explicados en el curso al cual ella asistió como alumna. Se decidió seguir la sugerencia de la profesora, lo cual tuvo dos implicaciones importantes. La primera es que no se podría utilizar la herramienta configuración epistémica de objetos primarios para modelizar la complejidad de la proporcionalidad y que, por tanto, la herramienta a utilizar sería un mapa conceptual de la complejidad de la proporcionalidad que la profesora se encargaría de confeccionar (ver figura 40 del capítulo siguiente).

La segunda fue planificar una sesión para los futuros profesores, que sería impartida por el profesor experto en el enfoque ontosemiótico vía Skype. La sesión tendría por título ¿Cómo debe ser una (buena) clase de matemáticas? y la sinopsis sería la siguiente:

- a) El profesor plantearía la pregunta ¿Cómo debe ser una (buena) clase de matemáticas?
- b) Después diría que antes de contestar a esta pregunta se tiene que pensar en cómo debe ser el profesor que va a impartir una buena clase de matemáticas y les pediría a los asistentes que cada uno de ellos terminara la metáfora <<un profesor es ...>>
- c) Después se agruparían las metáforas de los asistentes en bloques, siendo esperable que salieran metáforas del tipo: el buen profesor es alguien que planifica bien las clases;

el buen profesor es un artista, etc. Las cuales serían completadas con la metáfora del profesor equilibrista/malabarista.

d) A continuación se comentarían brevemente las metáforas <<el profesor es un planificador>> y <<el profesor es un artista>>, relacionando esta última con las propuestas llamadas <<matemáticas en tres actos>> del profesor Dan Meyer.

e) Después el profesor explicaría en profundidad la metáfora <<el profesor es un equilibrista/malabarista>> haciendo una explicación similar a la que se halla en la sección <<Criterios de idoneidad didáctica>> del apartado 2 de este capítulo, terminando planteando el problema de consensuar unos descriptores para hacer operativos los criterios de idoneidad didáctica, comentando que el problema para hacerlo es que previamente debemos poder describir las matemáticas en un proceso de instrucción matemática

f) El profesor formularía la pregunta ¿Cómo describir las matemáticas implicadas en un proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas? y la respondería de una manera similar a cómo se hace en la sección que tiene este nombre en el apartado 2 de este capítulo, utilizando también los tres videos sobre la mediatriz

g) Después el profesor, a partir de la lluvia de ideas de los participantes sobre la comparación entre los tres videos haría emerger los componentes y descriptores de la idoneidad epistémica de una manera similar a como se describe en la sección <<Descriptores para la idoneidad epistémica>> del apartado 2 de este capítulo.

h) La sesión finalizaría con la explicación de los componentes y descriptores de todos los criterios de idoneidad didáctica tal como se hace en la sección << Componentes y descriptores de los criterios de idoneidad>> del apartado 2 de este capítulo.

En el anexo 13 se hallan las diapositivas seleccionadas para la presentación del profesor en esta sesión.

CAPITULO 8

DISEÑO DEL CICLO FORMATIVO

RESUMEN

En este capítulo se describe el diseño de ciclo formativo que planificó la profesora para desarrollar la competencia reflexiva en futuros profesores de Educación Básica con Mención en Matemática, una vez finalizada las dos primeras fases de su formación.

En la planificación de dicho ciclo formativo consideró los seis criterios de idoneidad didáctica (epistémica, cognitiva, mediacional, emocional, interaccional y ecológica), los cuales también fueron enseñados como contenidos del ciclo formativo; los resultados del diagnóstico presentados en el capítulo 6 de esta investigación y el uso del portafolio como un recurso que permite desarrollar y evaluar la competencia reflexiva.

1. DISEÑO DEL CICLO FORMATIVO

Los resultados obtenidos en la fase 1 de la investigación (presentados en el capítulo 6), evidenciaron los siguientes aspectos problemáticos:

- Los estudiantes no habían observado, diseñado o implementado una unidad didáctica completa. Es decir, en todos los semestres de la carrera, tienen que

realizar horas de práctica en establecimientos educacionales asignados por la universidad. Sin embargo, solo en la asignatura práctica profesional, que aún no habían cursado, deben observar el desarrollo de una unidad didáctica completa implementada por su tutor y, a su vez, ellos implementar la unidad didáctica que han diseñado; Mientras que, en las asignaturas de prácticas que ellos habían cursado anteriormente, solo observan (o bien diseñan e implementan) algunas clases aisladas ya que únicamente asisten al centro de prácticas una vez por semana.

- Al iniciar el segundo semestre del cuarto año de formación, los estudiantes presentan un bajo nivel de competencia reflexiva.
- El trabajo realizado en la asignatura *Aplicaciones didácticas y metodológicas de la proporcionalidad en el segundo ciclo de la enseñanza básica*, antes de la implementación del ciclo formativo que es objeto de esta investigación, había tenido una escasa vinculación con la práctica debido a que el énfasis se había puesto en la explicación de los contenidos matemáticos.

Teniendo en cuenta estos tres aspectos problemáticos y, por otra parte, considerando la caracterización de competencia reflexiva (explicada con detalle en el capítulo 3), la profesora diseñó un ciclo formativo que contempló una secuencia de tareas para desarrollar dicha competencia en futuros profesores de educación básica con mención en matemática.

Tabla 20

Caracterización de competencia reflexiva

COMPETENCIA DE REFLEXIÓN SOBRE LA PRÁCTICA, PROPIA O AJENA:		
<i>Analiza críticamente su práctica pedagógica y la de otros docentes en función de su impacto en el aprendizaje de los estudiantes, y propone y fundamenta cambios para mejorarla.</i>		
Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
D1. Conoce el sistema educativo nacional, sus fines y objetivos, su estructura, la normativa que lo rige, sus principales logros y los desafíos y metas que tiene.	D4. Conoce constructos del área de Educación Matemática que permiten la reflexión sobre la práctica y la valoración de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.	D7. Describe, explica y valora (holísticamente y críticamente) la práctica pedagógica usando herramientas propuestas en el área de Educación Matemática
D2. Conoce algunos constructos del área de educación Matemática que permiten la reflexión sobre la práctica	D5. Describe y/o explica la práctica pedagógica poniendo énfasis solo sobre algún aspecto parcial (por ejemplo, sobre todo en función de su impacto en el resultado del aprendizaje de los estudiantes) pero tiene en cuenta la especificidad de las matemáticas.	D8. Propone cambios para mejorar la práctica futura basada en el uso de herramientas para observación y evaluación de clases fundamentadas en la literatura del área de Educación Matemática.
D3. Realiza análisis poco elaborados de procesos de instrucción, con observaciones generales en las que se tiene poco en cuenta la especificidad de las matemáticas.	D6. Propone cambios para mejorar la práctica futura con poca fundamentación teórica.	

Fuente: Elaboración propia.

El ciclo formativo pretendía conseguir los siguientes objetivos (que fueron comunicados a los estudiantes a través de un documento en el que se les explicó, además, el trabajo que debían realizar y recopilar en un portafolio):

Objetivo general:

Desarrollar la competencia reflexiva en futuros profesores de educación básica con mención en matemática.

Objetivos específicos:

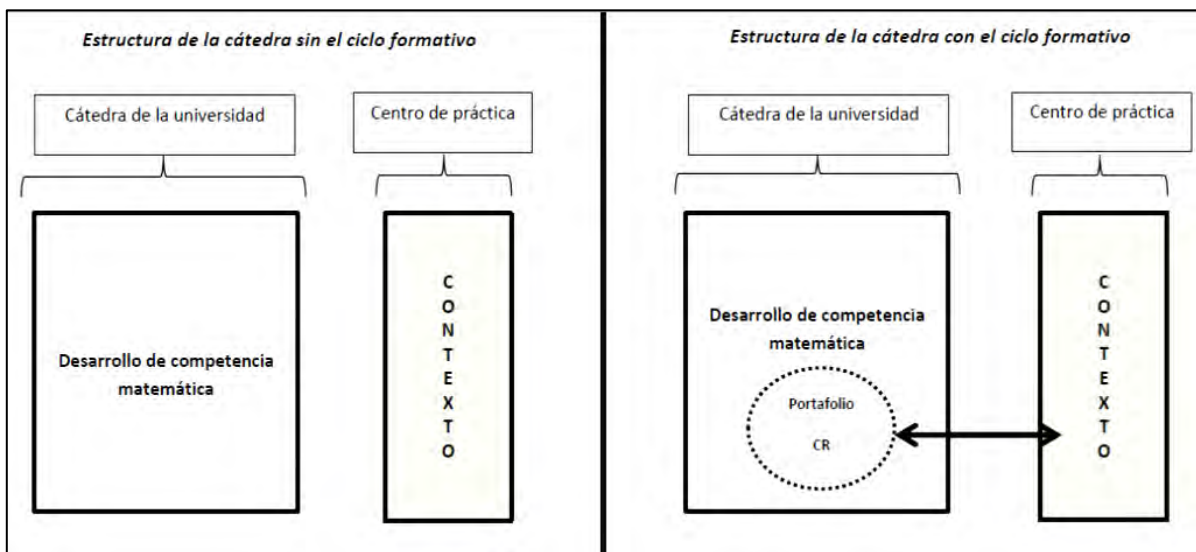
- Facilitar pautas que permitan orientar los procesos reflexivos.
- Vincular la teoría con la práctica, logrando relacionar los contenidos matemáticos y didácticos estudiados en la asignatura “*Aplicaciones didácticas y metodológicas de la proporcionalidad en el segundo ciclo de la enseñanza básica*” con los procesos de instrucción que los estudiantes observaban en sus prácticas de aula.

Estos objetivos estaban pensados para afrontar los aspectos problemáticos detectados en la fase 1 de la investigación. En particular, la falta de relación entre la teoría y la práctica. En la figura 35 vemos, tal como ya se ha comentado en el tercer aspecto problemático, que en las clases anteriores, al inicio del ciclo formativo en la asignatura mencionada, las clases se planificaban pensando, de manera exclusiva, en lograr el desarrollo de la competencia matemática y sin establecer relación entre los contenidos estudiados y su transposición al aula. También vemos, que en el ciclo formativo que se planificó esta desconexión ya no está presente, gracias al desarrollo de la competencia reflexiva (CR) por medio de un portafolio que permite vincular el trabajo de la asignatura con el contexto escolar que están conociendo los estudiantes en los centros de práctica.

Ahora bien, dado a que el ciclo formativo se debía desarrollar en el segundo semestre del año académico, se debió realizar una búsqueda en los planes y programas de matemática del segundo ciclo de educación básica (ciclo en el cual los estudiantes realizan sus prácticas) para identificar en qué semestre se trabajan los contenidos matemáticos presentes en el programa de estudio de la asignatura “Aplicaciones didácticas y metodológicas de la proporcionalidad en el segundo ciclo de la enseñanza básica”. En la tabla 21, podemos ver la presencia de los contenidos matemáticos relacionados con la asignatura en los niveles escolares del segundo ciclo de educación básica.

Figura 35

Estructura de la cátedra



Fuente: elaboración propia.

Tabla 21
Contenidos encontrados en el currículum chileno

NIVEL	CONTENIDO	MOMENTO
Sexto	Concepto de razón y de porcentaje	Primer semestre
Séptimo	Reconocen proporciones y resuelven problemas que involucren proporcionalidad	Primer semestre
Octavo	Plantean ecuaciones que representan variables. Reconocen funciones en diversos contextos. Identifican variables relacionadas de manera proporcional y no proporcional. Resolver problemas que implican proporcionalidad directa e inversa.	Segundo semestre

Fuente: *elaboración propia*.

Un aspecto problemático que se tuvo que resolver en la planificación del ciclo formativo fue el siguiente: por una parte, el ciclo formativo se debía implementar en el segundo semestre que era cuando la profesora que se prestó voluntariamente a participar en esta investigación impartía la asignatura; por otra parte, los contenidos matemáticos de esta asignatura (la proporcionalidad) se estudian solo en tres de los cuatro cursos del segundo ciclo de educación básica (sexto, séptimo y octavo) con lo cual podía suceder que algún estudiante que tuviese prácticas en el quinto curso no observase la enseñanza de contenidos de proporcionalidad. Además, también podía suceder que los estudiantes que hacían prácticas en sexto, séptimo y octavo, en el momento de asistir a sus prácticas se encontrasen con el que el profesor estaba explicando otro contenido del currículum. En la tabla 21, donde podemos ver la presencia de los contenidos matemáticos relacionados con la proporcionalidad en los cursos escolares del segundo ciclo de enseñanza básica, se observa que solo en el octavo año los contenidos de proporcionalidad se imparten en el programa.

Una manera de resolver parcialmente este problema fue organizar a los alumnos en grupos de 3, asegurando que al menos uno de los integrantes estuviera desarrollando su práctica en sexto, séptimo u octavo básico, de esta manera, incluso en el caso de que ningún estudiante observase la enseñanza del contenido de proporcionalidad, al menos uno de ellos estaba en un curso donde se habían explicado estos contenidos antes y podía recolectar evidencias sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de estos contenidos (material de alumnos, exámenes, planificación del profesor, etc.).

2. EL PORTAFOLIO

La utilización de este recurso se fundamenta, principalmente, porque es considerado un recurso que permite el desarrollo de competencias y la evaluación de éstas en los procesos de formación inicial de profesores. Además, de acuerdo a los datos recogidos en el capítulo 4 de este trabajo vemos que todos aquellos profesionales que se desempeñan en establecimientos escolares públicos deben enfrentar una evaluación en la que el portafolio tiene un alto porcentaje de valoración, por lo tanto, es recomendable que en su proceso de formación inicial los futuros profesores tengan sus primeras experiencias en esta ámbito.

El trabajo pretendido con el portafolio fue presentado a los estudiantes al iniciar las clases de la asignatura, momento en el cual se les presentó el documento que se ve en la figura 36. Junto con esto, conociendo las resistencias que podían manifestar los estudiantes debido a distintas experiencias que habían tenido en sus centros de práctica, se entregó otro documento (figura 37) con algunas sugerencias para abordar las tareas 3, 4 y 5.

ORIENTACIONES PARA SOLICITAR EL ACCESO AL CAMPO DE PRÁCTICA

Con la tarea surgen inquietudes:

¿Será fácil conseguir el acceso al material para realizar esta tarea?

¿Es posible que me den un espacio para intervenir?

Claramente estas preguntas tendrán respuestas distintas dependiendo del contexto de práctica en el que se vean involucrados. Sin embargo, es importante tener en cuenta que la forma en cómo comunicamos a los profesores de práctica nuestras necesidades, tiene estrecha relación con los espacios que se otorgan dentro del centro. Por esta razón, es importante considerar lo siguiente:

1. Explicar que además de cumplir con las tareas que implica sus horas de práctica (ayudar al profesor a cargo, asistirlo en lo que el solicite y en lo que este a su alcance), debe cumplir con algunas tareas que se les está exigiendo desde una asignatura de su malla curricular.
2. Comentar que a través de dichas tareas se espera potenciar su capacidad de reflexión.
3. Explicar que debido a que ud asiste a práctica una vez por semana, no ha tenido la posibilidad de observar una unidad de aprendizaje completa por lo que le han solicitado que investigue sobre el desarrollo de la unidad relacionada con la proporcionalidad y que, para conseguir esto, necesita tener acceso a la planificación, material de trabajo, cuaderno de los alumnos, etc. (Con la finalidad de aprender).
4. Además, en esa instancia de conversación, explique que necesitará de su confianza y experiencia para poder desarrollar dichas tareas. En primer lugar, necesitará de su confianza para que le otorgue al menos dos espacios, uno para aplicar una evaluación diagnóstica y otro para intervenir en al menos una clase que esté relacionada con la temática en estudio. En segundo lugar, necesitará de su experiencia, para que él o ella, realice una retroalimentación de su intervención con una mirada crítica. Esto último, les puede ser de utilidad a la hora de reflexionar sobre su propia práctica.
5. Siempre es importante presentarse de manera seria ante el profesor de práctica, demostrando el respeto que uds tienen hacia su trabajo y al papel de formador que ellos tienen ante uds.

Figura 36. Estructura del portafolio

PORTAFOLIO

Objetivo general:

Desarrollar la competencia reflexiva en futuros profesores de educación básica con mención en matemática.

Objetivos específicos:

Entregar herramientas que permitan orientar los procesos reflexivos.

Vincular la teoría con la práctica, logrando contextualizar los contenidos matemáticos estudiados en la cátedra “Aplicaciones didácticas y metodológicas de la proporcionalidad en el segundo ciclo de la enseñanza básica”.

ESTRUCTURA

Introducción (contextualizar al lector: ¿Cuáles son las características del colegio donde se focaliza la reflexión? ¿Cuáles son las características del docente a cargo? ¿Cuáles son las características de los alumnos? etc).

Tarea 1: Valoración de un episodio de clase sin conocer los criterios de idoneidad.

Tarea 2: Valoración de un episodio de clase después de conocer los criterios de idoneidad. (Comparar su desempeño y comentar sobre esto).

Tarea 3: Diseñar y aplicar un diagnóstico para conocer el nivel de aprendizaje de los niños y niñas respecto a la temática en estudio. Relacionar los resultados con el mapa de la complejidad matemática de la proporcionalidad visto en la asignatura.

Tarea 4: Reflexión sobre la práctica matemática de un docente (Ajena):

- Recoger evidencias de una unidad didáctica en la que se trate la temática en estudio (Planificaciones, copia del cuaderno de un niño, páginas del texto trabajadas, guías de trabajo, pruebas, calificaciones que obtuvo el curso, etc).
- Reflexión y valoración de la unidad en base a los criterios de idoneidad.
- Rediseñar la unidad a partir de la reflexión.

Tarea 5: Reflexión sobre la práctica matemática propia:

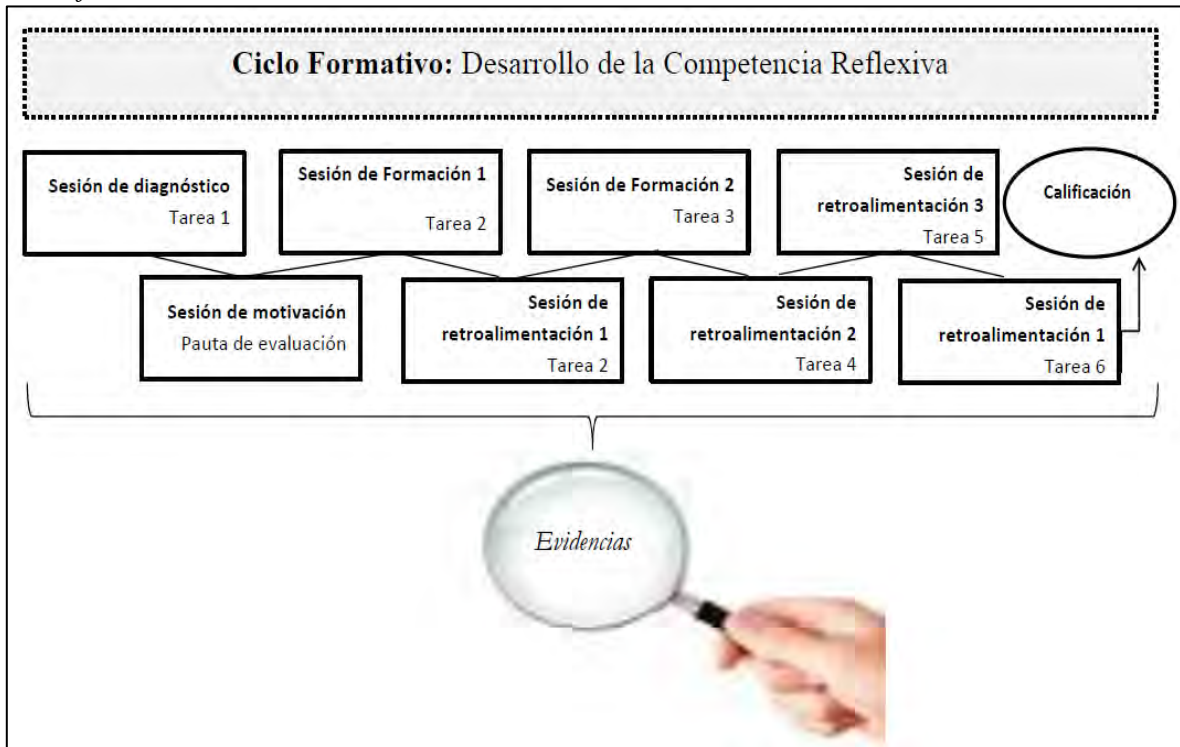
- Realizar una intervención basada en el rediseño de la unidad y mostrar las evidencia de la clase (planificación, guía de trabajo, powerpoint, etc)
- Reflexión y valoración de la intervención en base a los criterios de idoneidad.
- Rediseño (Mencionar los aspectos que deben ser mejorados y como podría hacerlo).

Tarea 6: Autoevaluación de la competencia reflexiva. Comentar y/o graficar sobre su estado inicial (antes de conocer los criterios de idoneidad) y su estado final (después de conocer y trabajar con los criterios de idoneidad)

Figura 37. Orientaciones para desarrollar las tareas.

En la figura 38 se muestra una mirada global de la planificación del ciclo formativo.

Figura 38
Ciclo formativo



Fuente: *elaboración propia.*

Como se puede apreciar en la figura anterior, se consideraron ocho sesiones de trabajo y una para la calificación del producto final, sin embargo, dependiendo del ritmo de trabajo de los estudiantes, era posible incorporar otras sesiones.

La incorporación de la tarea N°1 en el portafolio se debe a que el grupo de estudiantes con el cual se implementó el ciclo formativo era distinto al que participó en la fase 1 (diagnóstica) de la investigación, por lo tanto, era necesario conocer si su nivel de competencia reflexiva era similar (o no) al observado con el grupo piloto diagnosticado en la fase 1.

A continuación se detalla el trabajo esperado en cada sesión:

- **Sesión de diagnóstico:** En esta sesión se desarrolló la tarea N°1, en la que los estudiantes reflexionaron sobre un episodio de clase y registraron sus apreciaciones en una hoja de trabajo. El episodio era el mismo que se utilizó en la actividad diagnóstica de la fase 1 de la investigación.
- **Sesión de motivación:** esta sesión estaba planificada para compartir con los estudiantes los resultados de la tarea N°1. El objetivo era desarrollar conciencia sobre las necesidades formativas que tenía el grupo y, considerando lo planteado por Barberá (2005), generar un espacio para conversar en profundidad sobre la estructura del portafolio (la que se presentaría de manera general en la primera clase de la asignatura), motivar a los estudiantes a participar y establecer conjuntamente indicadores de evaluación del producto final basándose en la caracterización de la competencia reflexiva. Esto último, con la finalidad de que pudiesen sentir que las exigencias son razonables y alcanzables.

Además, en esta sesión se debía comunicar a los estudiantes que el porcentaje de calificación para el trabajo del portafolio correspondía a un 7% del total de la asignatura, y también, se debían acordar las fechas de entrega de las tareas 4, 5 y 6, de manera que se pudiesen intercalar sesiones de retroalimentación (que se explican más adelante).

- **Sesión de formación 1:** esta sesión está pensada para que la profesora presente el marco de referencia que guiará los procesos reflexivos de los estudiantes, en concreto, se presenta una pauta con los criterios de idoneidad didáctica, sus componentes y descriptores. Una vez presentada la pauta, los estudiantes deben

utilizarla para volver a valorar el episodio de clase de la tarea 1, la diferencia es que antes habían realizado una valoración no estructurada, mientras que ahora deberían hacerlo de acuerdo a la pauta suministrada (tarea 2).

- **Sesión de retroalimentación:** en esta primera sesión de retroalimentación, se consideró una segunda presentación del marco de referencia que orientó las reflexiones de los estudiantes. En concreto, consistió en que el profesor experto en el EOS, quien impartió el curso de formación a la profesora, explicaría los criterios de idoneidad didáctica de acuerdo con la planificación consensuada con la profesora (explicitada en el apartado 4 del capítulo 7). Dicha presentación estuvo a cargo de un profesor con experiencia en la implementación de ciclos formativos basados en el marco de referencia que se estaba utilizando, con la finalidad de que pudiera orientar con claridad las inquietudes de los estudiantes.
- **Sesión de formación 2:** con la intención de conseguir establecer un vínculo entre la teoría y la práctica, se les presenta a los estudiantes un mapa conceptual diseñado por la profesora, en el que se muestra la complejidad matemática de la proporcionalidad (ver figura 39). Con esta presentación se pretendía que los estudiantes fuesen conscientes de la complejidad asociada al objeto matemático de proporcionalidad y que la tuviesen en cuenta para diseñar una evaluación para alumnos que estuviesen en octavo curso.

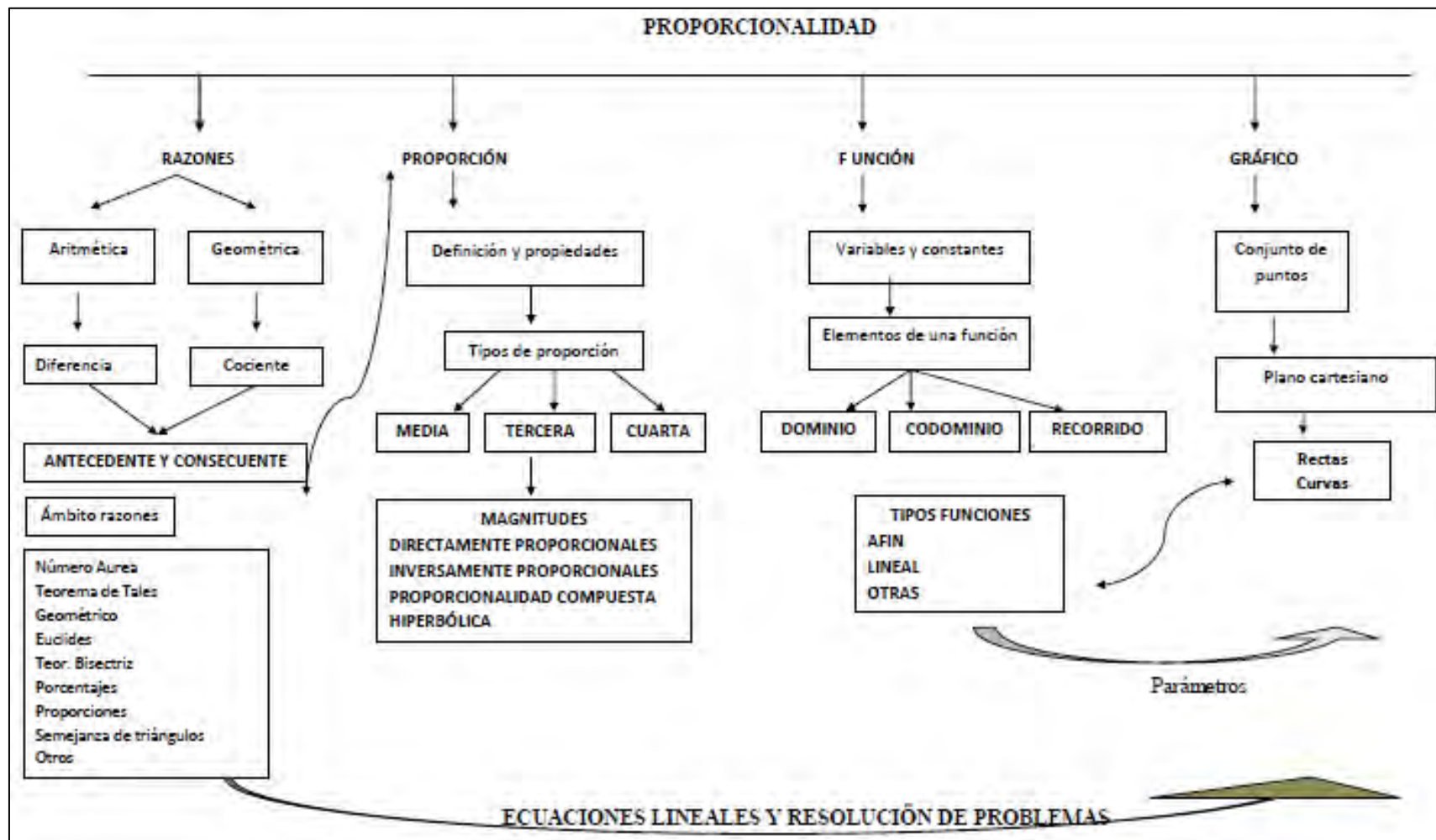


Figura 39. Complejidad matemática de la proporcionalidad

- **Sesiones de retroalimentación:** En la tarea 4, 5 y 6 se esperaba que los estudiantes realizaran un trabajo autónomo de reflexión, sin embargo, se consideraron al menos tres sesiones de clases de la asignatura para retroalimentar y orientar la reflexión que estaban haciendo los estudiantes.
- **Sesión para la calificación:** a través de la pauta de evaluación construida de manera conjunta entre la profesora y los estudiantes, se procedería a comunicar a los estudiantes las valoraciones realizadas por la profesora y la calificación obtenida por cada grupo de trabajo.

3. CONSIDERACIONES SOBRE EL MAPA DE COMPLEJIDAD MATEMÁTICA DISEÑADO POR LA PROFESORA

Como se ha comentado en párrafos anteriores, para la sesión de formación 2 la profesora diseñó un mapa de complejidad matemática de la proporcionalidad. Sin entrar en un análisis exhaustivo del objeto matemático proporcionalidad, consideramos oportuno analizar algunos aspectos de dicho mapa. En él se puede observar que la profesora consideró varios significados parciales de dicho objeto.

Dado que en el mapa hay una referencia a Euclides, aunque es discutible, podemos inferir que la profesora tiene en mente el significado de las proporciones en las matemáticas griegas, donde la proporción era interpretada como la expresión: $a : b :: c : d$. Desde este enfoque, la proporcionalidad tenía personalidad propia, prácticamente desvinculada de las fracciones y con un álgebra que se fundaba sobre reglas propias de la proporcionalidad.

El segundo significado tiene relación con las proporciones desde un punto de vista algébrico. A partir del desarrollo del álgebra se llega a la identificación de una razón con una fracción, perdiéndose buena parte de la identidad propia de la proporcionalidad. La proporción $a : b :: c : d$ pasa a ser interpretada como una igualdad entre fracciones equivalentes.

El tercer significado tiene relación con las proporciones desde el punto de vista funcional. A partir del estudio de la relación entre magnitudes se inicia una nueva interpretación de la proporcionalidad, que es entendida, primero, como una relación entre magnitudes (proporcionales y no proporcionales) y, después, como una relación entre variables. En el mapa dicho significado parcial se observa en dos partes del mapa, en el rectángulo dedicado a las magnitudes y en la columna dedicada a las funciones.

El cuarto significado tiene relación con las proporciones desde un punto de vista geométrico, donde se estudia la proporcionalidad entre segmentos y los criterios de semejanzas entre figuras, en particular, de los triángulos, que aparecen sobre todo en la columna de razones.

De alguna manera se puede decir que el mapa de la profesora tiene en cuenta estos significados, sin embargo, quedan ocultos otros aspectos, como son:

- El papel importante de las fracciones. En el significado algébrico las razones son interpretadas como fracciones y la proporción se interpreta como una relación entre fracciones equivalentes.
- No aparecen procedimientos (por ejemplo: regla de tres o producto en cruzado).

- No se habla de tipos de problemas (por ejemplo: problemas de valor faltante, de comparación o problemas cualitativos de predicción o de comparación).

CAPÍTULO 9

ANÁLISIS DE LA IMPLEMENTACIÓN DEL CICLO FORMATIVO

RESUMEN

En este capítulo se analiza la implementación del ciclo formativo recurriendo a la descripción e interpretación basada en la información que aportan los participantes y las evidencias de las tareas trabajadas en el portafolio solicitado a los futuros profesores. Para dicho análisis se contó con la participación de cuatro estudiantes (dos que entregaron el portafolio y dos que no lo entregaron) y la profesora. Los resultados muestran las dificultades (sobre todo, de tipo interaccional y emocional) que surgieron en el transcurso del ciclo formativo y el nivel de competencia que alcanza el único grupo de estudiantes que hizo entrega de todas las tareas solicitadas en el portafolio.

1. DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA IMPLEMENTACIÓN DEL CICLO FORMATIVO

Tal como se señaló en el capítulo anterior, al iniciar las clases de la asignatura *Aplicaciones Didácticas y Metodológicas de la Proporcionalidad en el Segundo Ciclo de Enseñanza Básica* la profesora presentó el programa de la asignatura detallando los contenidos que se tratarían en el transcurso del semestre y, además, explicó los tipos de

evaluación, el momento en que se realizarían y la ponderación de cada aspecto en la nota final. En dicha presentación, se da a conocer que uno de los elementos a evaluar es la elaboración de un portafolio y que su calificación sería un 7% de la nota final de la asignatura. La profesora también explicó el objetivo de la elaboración del portafolio y comentó las seis tareas que éste contemplaba, a su vez, comentó las recomendaciones (entregadas en una hoja auxiliar) de cómo debían pedir las evidencias para realizar las tareas de dicho portafolio.

En esta primera sesión se esperaba formar los grupos de trabajo de manera que en cada uno participara, como mínimo, un alumno que tuviera asignado un curso de práctica donde se trabajaran los contenidos matemáticos de esta asignatura (la proporcionalidad). Sin embargo, dado que los estudiantes aún no tenían asignado el curso de práctica, la constitución de los grupos se retrasó una semana. Finalmente, una vez que los estudiantes tuvieron asignados los cursos donde realizarían sus prácticas, se formaron cinco grupos de trabajos (ver figura 40).

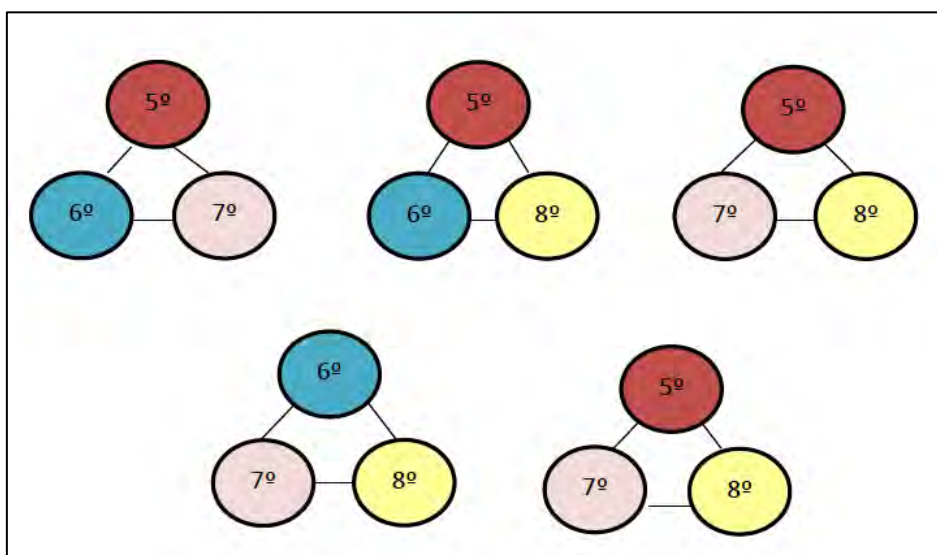


Figura 40: Constitución de los grupos de trabajo

En la figura 40 se puede observar que a cuatro estudiantes les asignaron un curso de quinto básico para realizar su práctica (curso en el cual no se trabajan los contenidos matemáticos que se estudian en la asignatura), a tres les asignaron un curso de sexto básico, a cuatro les asignaron un curso de séptimo básico y a cuatro les asignaron un octavo básico. De esta manera, se pudieron formar grupos de tres personas, de forma tal, que cada integrante estuviera realizando práctica en un curso distinto.

Una vez constituidos los grupos, se comenzó a desarrollar las sesiones de trabajo que estaban contempladas para el desarrollo del portafolio, las cuales se distribuyeron en distintos momentos del semestre (ver tabla 22).

Tabla 22

Distribución de la sesiones para el trabajo del portafolio

SEGUNDO SEMESTRE DE 2014			
Semana	Clase 1	Clase 2	Clase 3
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			

Tal como se puede observar en la tabla, la asignatura tuvo una duración de diecisiete semanas, con tres sesiones de clase por semana (clase 1, clase 2 y clase 3) con una duración de dos horas por clase. Las casillas que se destacan en la tabla 22 corresponden

a clases con sesiones de trabajo destinadas de manera exclusiva para el trabajo del portafolio (aproximadamente un 16%), mientras que, en las otras sesiones (84%), la profesora focalizaba su trabajo para desarrollar la competencia matemática de los futuros profesores, tal como lo hacía en semestres anteriores, donde dedicaba el 100%.

1.1. Observaciones de la profesora respecto al trabajo de cada sesión.

A medida que se realizaban las sesiones de trabajo se programaron reuniones entre la investigadora y la profesora, donde esta última, podía comentar lo que le hubiese parecido significativo, relevante, importante, digno de destacar, etc. En dichos encuentros, no había un guión preestablecido, sino que la profesora tenía libertad para expresar lo que considerara más importante de las clases implementadas. A continuación, se recogen los comentarios de la profesora para cada una de las clases organizadas por sesiones:

- *Sesión de diagnóstico.*

“Cuando los estudiantes realizaron la tarea 1 se mostraron entusiasmados, yo creo que les gusta ver episodios de clase”.

“Todos los grupos cumplieron con la entrega de esta tarea porque tenían que hacerla en clases. Y porque la encontraron entretenida también”.

“Se logró que ellos pudieran interactuar, generalmente son malos para hablar”.

“Cuando presentaban en el curso las reflexiones del episodio, me di cuenta que solo hacían descripciones”.

- *Sesión de motivación.*

“Cuando les presenté sus resultados no noté mayores expresiones en ellos. No hicieron comentarios”.

“Cuando volví a presentar la estructura del portafolio esperaba que hicieran preguntas sobre cómo se debían hacer las reflexiones, pero no hicieron preguntas sobre eso, solo preguntaron por la fecha de entrega del portafolio”.

“Intenté construir con ellos la pauta para evaluar el portafolio, pero no participaban, no comentaban. No resultó, a lo mejor les pilló de sorpresa o no están acostumbrados”.

- *Sesión de formación 1.*

“Cuando les presente la pauta con los criterios de idoneidad, los vi participativos, hablaban entre ellos”.

“Creo que la mayoría los entendieron fácilmente. Hicieron algunas preguntas sobre el criterio de idoneidad epistémico y yo les fui dando los ejemplos que vi con el profesor”.

“Mientras hacían la tarea todos estaban entusiasmados, algunos dijeron que necesitaban más tiempo así que les dije que la tarea la incorporaran al portafolio junto con la tarea uno”.

“En esa clase les dije que teníamos programada una sesión por skype con el profesor invitado. Se veían muy entusiasmados”.

- *Sesión de retroalimentación.*

“Llegaron todos a esa clase, generalmente falta uno o dos, pero llegaron todos”.

“Yo esperaba que los estudiantes hicieran preguntas, que aclararan las dudas que tenían para hacer bien la tarea dos, pero no preguntaron, generalmente son así”.

- *Sesión de formación 2.*

“Al presentar el mapa de complejidad matemática de la proporcionalidad estaban atentos, se veían interesados”.

“Preguntaron que tenían que hacer con el mapa y se les pidió que hicieran la tarea tres del portafolio, guiándose con este mapa”.

“Algunos estudiantes manifestaron que para qué iban a confeccionar una evaluación para un curso de octavo si ellos no tenían octavo, entonces accedí a que diseñaran la evaluación para uno de los cursos en los que ellos hacían práctica, pero les pedí que hicieran una revisión de los programas de estudio para que analizaran la complejidad matemática”

- *Sesiones de retroalimentación.*

- a) Retroalimentación para la tarea 4.*

“Solo un grupo presentó la tarea 4. En realidad lo que hicieron fue traer las evidencias solicitadas”

“yo tuve que orientarlas sobre como analizar las evidencias que tenían apoyándose en la pauta, por ejemplo, si encontraban errores en las guías de trabajo o si observaban algunos de los criterios en la unidad que había planificado el profesor”.

“Los otros grupos no mostraron nada y no hicieron preguntas. Yo les dije que debían hacer sus tareas, que se podían acercar para hacer preguntas”.

“Algunos reclamaron, dijeron que era mucho trabajo y que valía muy poco, y al final lo aumenté de un 7% a un 17% para que trabajaran”.

- b) Retroalimentación para la tarea 5.*

“Solo un grupo presentó la tarea, el mismo de la otra vez, ellas trabajan sistemáticamente”.

“Me contaron lo que hicieron, me mostraron el material y yo las orienté para que valoraran la intervención con los criterios de idoneidad”.

- c) Retroalimentación de la tarea 6.*

“Les pregunté quién tenía algo para mostrarme, pero ningún grupo presentó esta tarea”.

- *Sesión para la calificación.*

“No hicimos esta sesión. Se acercaron tres grupos para pedirme si les podía dar más plazo para entregar el portafolio y yo les di como plazo el último día de clase”.

De acuerdo a lo anterior, vemos que la profesora manifiesta algunos aspectos que ella ha considerado positivos, pero también menciona algunos aspectos negativos. Dichos aspectos negativos pueden estar relacionados con algunas limitaciones en el proceso de enseñanza y aprendizaje realizado que, desde afuera, son fácilmente observables. En particular, se observan limitaciones en cuatro de los nueve elementos que Rodrigues (2013) considera necesarios para realizar un buen trabajo a través de un portafolio:

Criterios de evaluación. Según Rodrigues (2013), si el portafolio es considerado un instrumento para realizar la evaluación de competencias, se deben presentar criterios de evaluación claros y conocidos por los estudiantes.

Respecto a este elemento, vemos que en ninguna de las sesiones se clarificó cuáles serían los criterios para la evaluación del portafolio.

Inicialmente, en la planificación del ciclo formativo, se había previsto que los criterios de evaluación del portafolio se elaborarían conjuntamente con los estudiantes a partir de la caracterización de competencia reflexiva vista en el capítulo III, pero cuando esto se intentó los estudiantes no participaron. Ante este hecho, la profesora en lugar de presentar su propuesta de criterios de evaluación para comenzar una discusión con los estudiantes a partir de ella, lo que hizo fue no presentar criterios de evaluación a los estudiantes.

Tutoría. Según Rodrigues (2013), es necesario que los estudiantes cuenten con el acompañamiento de un tutor, con el que puedan establecer un diálogo que ayude al proceso de retroalimentación.

Si bien se establecieron sesiones en las que la profesora debía entregar una retroalimentación a los estudiantes, éstas no cumplieron su objetivo y no se implementaron estrategias que permitieran revertir la situación.

Tomar en cuenta el proceso y el producto. Según Rodrigues (2013) el tutor no solo debe tener en cuenta el resultado final del portafolio, sino también debe considerar el proceso de su elaboración y procurar la implicación los estudiantes en este proceso.

De acuerdo a lo expuesto, ésta profesora solo logra la implicación de todos los estudiantes en la tarea 1, la que se trabajó en clases y se entregó al finalizar la sesión. Posteriormente, sólo un grupo tuvo encuentros regulares con la profesora para mostrarle su proceso de trabajo (aunque en ocasiones se limitaban a una muestra de recolección de material, sin reflexiones).

Esta falta de seguimiento por parte de la profesora al proceso de elaboración de los portafolios, tuvo consecuencias en el producto final (portafolio) que entregaron los estudiantes. De los cinco portafolios que se debían presentar, hubo uno del cual se tuvo información de cómo se había elaborado (correspondiente al grupo que se reunía regularmente con la profesora), después, aparecieron dos portafolios al finalizar el semestre de los cuales no se tuvo ninguna información del proceso de elaboración y, los otros dos grupos, no entregaron portafolio.

Proceso de reflexión. Según Rodrigues (2013), las pautas, la retroalimentación y los espacios de diálogo con los pares son elementos que permiten profundizar la reflexión asociada a la elaboración del portafolio.

Si bien la profesora dio pautas (una rúbrica con los criterios de idoneidad) y programó espacios para la retroalimentación, falló en la gestión de los espacios para que los estudiantes dialogaran entre pares, lo que provocó que poco a poco estos fueran perdiendo la motivación por el trabajo.

A continuación, vamos a clasificar los comentarios de la profesora (tanto los positivos como los negativos) desde las perspectivas de las facetas que orientan el proceso reflexivo en esta investigación (epistémica, cognitiva, mediacional, emocional, interaccional y ecológica). No es fácil, a veces, asignar un comentario a cada una de estas facetas. Por ejemplo: el comentario “Algunos reclamaron, dijeron que era mucho trabajo y que valía muy poco, y al final lo aumenté de un 7% a un 17% para que trabajaran”, podemos relacionarlo con la faceta interaccional dado a que se hace referencia a un diálogo entre la profesora y los estudiantes pero, a la vez, podemos inferir que la intención de la profesora es conseguir una motivación de tipo superficial o intrínseca (Entwistle, 1988) en sus alumnos, aumentando la ponderación de la calificación (y, por tanto, relacionarlo con la faceta emocional).

La reflexión de la profesora, de manera intencional, no estaba ni pautada ni guiada, por lo tanto hay comentarios de tipo descriptivo y valorativo, y los valorativos, a veces son positivos y otras veces negativos. Tanto los descriptivos como los valorativos tratan de aspectos diferentes, como la motivación, la interacción, la evaluación, etc. En este trabajo partimos de la base que es posible organizar la reflexión de la profesora a posteriori, utilizando las facetas epistémicas, cognitivas, mediacional, emocional,

interaccional y ecológica. A continuación, en la tabla 23 se realiza la agrupación de las unidades de análisis (discurso de la profesora) según dichas facetas.

Tabla 23

Categorización del discurso de la profesora

CATEGORÍA	UNIDAD DE ANÁLISIS
Epistémica	<p>Cuando presentaban en el curso las reflexiones del episodio, me di cuenta que solo hacían descripciones.</p> <p>Hicieron algunas preguntas sobre el criterio de idoneidad epistémico y yo les fui dando los ejemplos que vi con el profesor.</p> <p>Al presentar el mapa de complejidad matemática de la proporcionalidad estaban atentos, se veían interesados.</p>
Cognitiva	<p>Todos los grupos cumplieron con la entrega de esta tarea porque tenían que hacerla en clases. Y porque la encontraron entretenida también.</p> <p>Creo que la mayoría los entendieron fácilmente (respecto a los criterios de idoneidad).</p> <p>Un grupo presentó la tarea 4. En realidad lo que hicieron fue traer las evidencias solicitadas.</p> <p>Los otros grupos no mostraron nada y no hicieron preguntas. Yo les dije que debían hacer sus tareas, que se podían acercar para hacer preguntas.</p> <p>Solo un grupo presentó la tarea, el mismo de la otra vez, ellas trabajan sistemáticamente.</p> <p>Les pregunté quién tenía algo para mostrarme, pero ningún grupo presento esta tarea.</p>
Mediacional	<p>En esa clase les dije que teníamos programada una sesión por skype con Vicenç. Se veían muy entusiasmados.</p> <p>No hicimos esta sesión. Se acercaron tres grupos para pedirme si les podía dar más <u>plazo para entregar el portafolio y yo les di como plazo el último día de clase.</u></p>
Emocional	<p>Cuando los estudiantes realizaron la tarea 1 se mostraron entusiasmados, yo creo que les gusta ver episodios de clase.</p> <p>Todos los grupos cumplieron con la entrega de esta tarea porque tenían que hacerla en clases. Y porque la encontraron entretenida también.</p> <p>Mientras hacían la tarea todos estaban entusiasmados, algunos dijeron que necesitaban más tiempo, así que les dije que la tarea la incorporaran al portafolio junto con la tarea uno.</p> <p>Llegaron todos a esa clase, generalmente falta uno o dos, pero llegaron todos.</p> <p>Al presentar el mapa de complejidad matemática de la proporcionalidad estaban atentos, se veían interesados.</p>

	Algunos reclamaron, dijeron que era mucho trabajo y que valía muy poco, y al final lo aumenté de un 7% a un 17% para que trabajaran.
Interaccional	<p>Se logró que ellos pudieran interactuar, generalmente son malos para hablar.</p> <p>Cuando les presenté sus resultados no noté mayores expresiones en ellos. No hicieron comentarios.</p> <p>Cuando volví a presentar la estructura del portafolio esperaba que hicieran preguntas sobre cómo se debían hacer las reflexiones, pero no hicieron preguntas sobre eso, solo preguntaron por la fecha de entrega del portafolio.</p> <p>Intenté construir con ellos la pauta para evaluar el portafolio, pero no participaban, no comentaban. No resultó, a lo mejor les pilló de sorpresa o no están acostumbrados.</p> <p>Cuando les presente la pauta con los criterios de idoneidad, los vi participativos, hablaban entre ellos.</p> <p>Yo esperaba que los estudiantes hicieran preguntas, que aclararan las dudas que tenían para hacer bien la tarea dos, pero no preguntaron, generalmente son así.</p> <p>Preguntaron que tenían que hacer con el mapa y se les pidió que hicieran la tarea tres del portafolio, guiándose con este mapa.</p> <p>Yo tuve que orientarlas sobre cómo analizar las evidencias que tenían apoyándose en la pauta, por ejemplo, si encontraban errores en las guías de trabajo o si observaban algunos de los criterios en la unidad que había planificado el profesor. (Evaluación Formativa)</p> <p>Me contaron lo que hicieron, me mostraron el material y yo las orienté para que valoraran la intervención con los criterios de idoneidad.</p>
Ecológica	Algunos estudiantes manifestaron que para qué iban a confeccionar una evaluación para un curso de octavo si ellos no tenían octavo, entonces accedí a que diseñaran la evaluación para uno de los cursos en los que ellos hacían práctica, pero les pedí que hicieran una revisión de los programas de estudio para que analizaran la complejidad matemática.

Debido a que los procesos de enseñanza y aprendizaje son complejos, es de esperar que la reflexión sobre el diseño, implementación y rediseño reflejen dicha complejidad. La tabla 23 muestra la complejidad de la reflexión de la profesora, en el sentido que los comentarios abarcan todas las facetas.

Hasta el momento nos hemos focalizado en los comentarios de la profesora mientras se estaba realizando la implementación. A continuación, se analiza la información obtenida a través de las entrevistas realizadas a los participantes una vez finalizado el ciclo formativo.

1.2. Mirada retrospectiva de los participantes

Para alcanzar el cuarto objetivo específico de esta investigación (analizar la implementación del ciclo formativo), se realizaron cuatro entrevistas semiestructuradas con los estudiantes y una entrevista semiestructurada con la profesora. En el caso de las entrevistas realizadas a los estudiantes, se contó con la participación voluntaria de dos estudiantes que entregaron el portafolio (estudiantes del grupo 1) y dos estudiantes que no lo entregaron (una estudiante del grupo 4 y otra del grupo 5). Esto, con el propósito de reconstruir el ciclo formativo contrastando la información y, de esta manera, obtener una imagen objetiva de lo ocurrido. Cabe destacar, que las entrevistas realizadas a las estudiantes duraron en promedio 30 minutos cada una y la de la profesora duró 40 minutos.

Las dimensiones que se tuvieron en cuenta para el diseño del guion de la entrevista fueron las siguientes:

- Entrevista para los estudiantes:
 - Concepciones y valoración de la competencia reflexiva.
 - Proceso formativo.
 - Trabajo con el portafolio.
 - Evaluación.
- Entrevista para la profesora:
 - Proceso formativo.
 - Evaluación.
 - Desarrollo de la competencia reflexiva en sus estudiantes.
 - Autoevaluación.

Las entrevistas semiestructuradas se realizaron de manera individual y, con el objetivo de resguardar su identidad, se utilizan los siguientes códigos para diferenciar a las personas (ver tabla 24):

Tabla 24

Códigos de los entrevistados

PERSONA	CÓDIGO
Estudiante que si entrega 1	ESE1
Estudiante que si entrega 2.	ESE2
Estudiante que no entrega 3.	ENE3
Estudiante que no entrega 4.	ENE4
Profesora	P

Una vez definido esto, se procede a analizar los datos siguiendo los tres pasos que se muestran en la figura 41. En ella podemos ver que, el primer paso, consiste en contrastar los discursos de las estudiantes que entregaron el portafolio. Luego de esto, se contrasta el discurso de las estudiantes que no hicieron la entrega del portafolio (paso 2) y, finalmente, se realiza una triangulación de estos datos con los aportados en la entrevista de la profesora (paso 3).

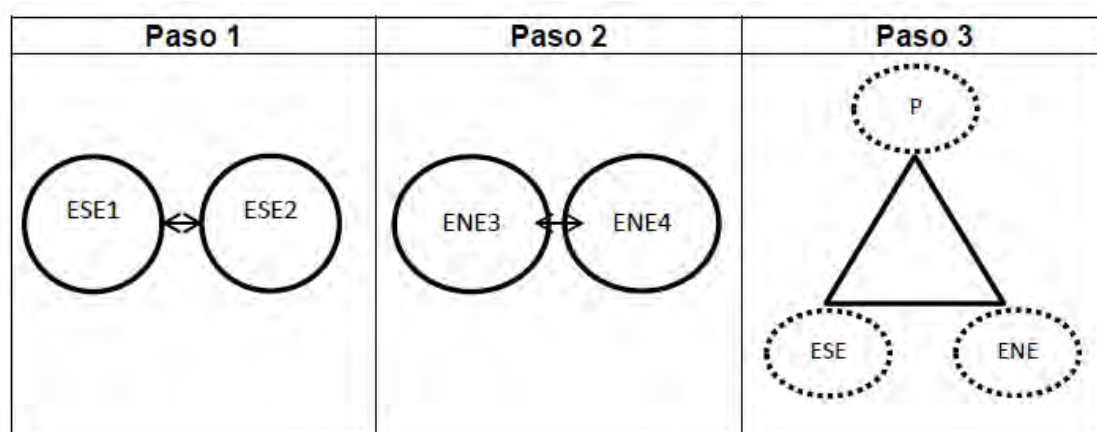


Figura 41. Proceso de análisis de entrevistas.

Primero paso.

En el anexo 14 se puede ver en detalle el guión de las entrevistas realizadas a las estudiantes que entregaron el portafolio, mientras que, en la tabla 25 se muestra las dimensiones que se abordaron en la entrevista, las coexistencias y divergencias que surgen entre los discursos de las estudiantes ESE1 y ESE 2.

Tabla 25

Primer paso de análisis de entrevistas

DIMENSIONES	COEXISTENCIA ENTRE LOS DISCURSOS	DIVERGENCIA ENTRE LOS DISCURSOS
Concepciones y valoración de la competencia reflexiva	<p>Ambas estudiantes coinciden al señalar que antes del curso no tenían la misma concepción de competencia reflexiva.</p> <p>Definen la competencia reflexiva en base a abordar situaciones problemáticas que se dan en la sala de clase y que se deben resolver.</p> <p>Consideran que la dicha competencia es importante en la vida profesional.</p>	Una alumna considera que sus compañeros no le dieron importancia al desarrollo de esta competencia, mientras la otra piensa que solo algunos no le dieron importancia.
Proceso formativo	<p>Manifiestan que es necesario trabajar con pautas que orienten la reflexión.</p> <p>Una de las tareas que valoran como importante para desarrollar dicha competencia es el análisis de videos.</p> <p>Señalan que durante su formación no han trabajado lo suficiente esta competencia.</p> <p>Señalan que la teoría entregada en el proceso de formación les sirvió pero faltó orientación.</p> <p>Plantean que los criterios de idoneidad son útiles para la reflexión.</p> <p>Coinciden con que el criterio epistemológico es el más difícil.</p> <p>Manifiestan una baja valoración respecto al uso del mapa de complejidad matemática, no le encuentran sentido.</p>	

Trabajo con el portafolio	<p>Consideran que el trabajo de portafolio permitía vincular la teoría con la práctica</p> <p>Declaran haber trabajado solo una vez a través de un portafolio y que consistía en una recolección de evidencias, no más que eso.</p> <p>Plantean que cuando la profesora realiza cambios en la estructura del portafolio el trabajo pierde claridad.</p> <p>Les gustó realizar la tarea en grupo, pero que uno de los inconvenientes era coincidir con los horarios para trabajar.</p> <p>Consideran que sus compañeros no entregaron el portafolio porque tenía muy poco porcentaje dentro de la asignatura.</p>	<p>Una alumna plantea que no quitaría tareas del portafolio si no que se debería dar énfasis en vincular unas con otras. Mientras que la otra alumna plantea que eliminaría la tarea de búsqueda en los programas de estudios.</p>
Evaluación	<p>Ambas consideran que una de las debilidades de su trabajo fue la poca profundidad que consiguieron en la reflexión, lo que relacionan con la falta de tiempo.</p> <p>Consideran que han avanzado en el desarrollo de la competencia reflexiva.</p> <p>No se muestran conformes con el proceso de evaluación, ya que no lograron comprender cuales era sus fortalezas y debilidades.</p> <p>Ambas creen que pueden mejorar su nivel de competencia.</p>	<p>Una alumna valora su competencia reflexiva en un nivel básico y la otra en un nivel medio.</p> <p>Una considera que de 0 a 10 (considerando que su estado inicial era 0) llegó hasta un 6 y la otra considera que llegó a un 5.</p>

Segundo paso

En el anexo 15 se puede ver en detalle la transcripción de las entrevistas realizadas a las estudiantes que no entregaron el portafolio, mientras que, en la tabla 26 se muestra las dimensiones que se abordaron en la entrevista junto a las coexistencias y divergencias que surgen entre los discursos de las estudiantes ENE3 y ENE 4.

Tabla 26

Segundo paso de análisis de entrevistas

DIMENSIONES	COEXISTENCIA ENTRE LOS DISCURSOS	DIVERGENCIA ENTRE LOS DISCURSOS
Concepciones y valoración de la competencia reflexiva	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Declaran que anteriormente escucharon de reflexión pero no de competencia reflexiva. ▪ Definen la competencia reflexiva como aquella que les permite distinguir entre las buenas y malas prácticas de un profesor. ▪ Ambas coinciden en que la competencia reflexiva es muy importante en la vida profesional. ▪ Consideran que no todos los compañeros la consideran importante. 	Una estudiante piensa que el concepto de competencia reflexiva que tiene ahora es distinto al que tenía antes del curso y la otra es lo mismo.
Proceso formativo	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Manifiestan que es necesario trabajar con pautas que orienten la reflexión. ▪ Consideran las simulaciones de clases como un tipo de tarea que permite reflexionar. ▪ Señalan que durante su formación no han trabajado lo suficiente esta competencia. ▪ Plantean que la teoría que aprendieron en la clase es útil en la práctica. ▪ Consideran que los criterios de idoneidad son útiles. ▪ Consideran que el criterio de idoneidad epistémico es el más difícil. 	Una estudiante dice que no estuvo cuando mostraron el mapa de complejidad matemática y la otra dice que le sirvió para saber los contenidos que iba a ver en la asignatura.
Trabajo con el portafolio	<ul style="list-style-type: none"> ▪ No logran asegurar si el trabajo del portafolio permitía vincular la teoría con la práctica porque no trabajaron todas las tareas. ▪ Prefirieron enfocar sus esfuerzos en otras actividades que tenía mayor porcentaje de nota. ▪ Declaran haber trabajado una vez un portafolio pero lo describen como una recopilación de material. ▪ Consideran que las instrucciones para realizar el portafolio no eran claras. ▪ No quitarían ni agregarían tareas al portafolio. ▪ Creen que el escenario sería el mismo si el trabajo fuese individual. 	Una estudiante dice que no siguieron trabajando por que no entendían algunas cosas de la pauta y otra señala que en algún momento quisieron hacer el portafolio pero era mucho trabajo y no alcanzarían a terminar.
Evaluación	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Consideran que tienen un nivel bajo de competencia reflexiva. ▪ Obtuvieron calificación mínima por no entregar el trabajo. 	Una estudiante considera que puede mejorar su nivel de competencia y la otra considera que debe mejorar pero no tienen claro cómo.

Tercer paso.

En este paso realizamos una triangulación de datos. Para esto, primero contrastamos la información del primer paso (discurso de los estudiantes que entregaron el portafolio) con la del segundo paso (discurso de los estudiantes que no entregaron el portafolio) con el propósito de detectar los puntos de encuentros entre los estudiantes. Una vez detectados estos puntos de encuentro, buscamos si estos coincidían con los datos aportados en la entrevista de la profesora (se puede ver en detalle la transcripción de esta entrevista en el anexo 16). En la tabla 27 se puede observar en qué puntos coinciden los estudiantes con la profesora.

Tabla 27

Puntos de encuentro entre los estudiantes y la profesora

COEXISTENCIA ENTRE EL DISCURSO DE LAS ESTUDIANTES	COEXISTENCIA ENTRE EL DISCURSO DE LA PROFESORA CON LAS ESTUDIANTES
Existe un cambio respecto a lo que entienden por competencia reflexiva	
Dicha competencia es importante para la vida profesional	El desarrollo de esta competencia es muy importante en la formación inicial
Es necesario trabajar con pautas que orienten la reflexión, pero se deben explicar más.	Cuando trabajaron con la pauta en poco tiempo lograron cambios en la reflexión que hacían.
Durante su formación no han trabajado lo suficiente esta competencia	
Los criterios de idoneidad son útiles para la reflexión	Los criterios de idoneidad son un aporte valioso para la carrera de pedagogía.
El criterio epistemológico es el más difícil	La idoneidad epistémica es el más difícil
Baja valoración respecto al uso del mapa de complejidad matemática que fue presentado en el curso	Los estudiantes no lograron comprender el mapa de complejidad matemática
Solo en una oportunidad habían trabajado con un portafolio, pero el trabajo consistía solo en poner evidencias en una carpeta.	Han realizado portafolios pero no de estas características. Los otros prácticamente son carpetas donde muestran cosas.
No se entregaban tareas porque las instrucciones eran poco claras	Hubo hartos problemas con la entrega de las tareas
Alcanzaron una reflexión superficial.	Unas estudiantes quedaron en un nivel inicial y otros no desarrollaron la competencia reflexiva.

Con lo anterior, podemos concluir que los entrevistados coinciden en que:

- El desarrollo de la competencia reflexiva es importante para la vida profesional.

- Las pautas que orientaron la reflexión son necesarias, pero deben existir un mayor acompañamiento en la formación.
- Los criterios de idoneidad son un aporte valioso para la reflexión de los estudiantes de pedagogía.
- No se logró que los estudiantes comprendieran la utilidad del mapa de complejidad matemática.
- Se trabajó anteriormente con portafolios, pero estos se caracterizaban por ser carpetas en las que se muestran cosas.
- Hubo instrucciones poco claras para trabajar con el portafolio y se presentaron pocas tareas.
- Solo algunos estudiantes avanzaron en el desarrollo de la competencia reflexiva.

1.3. Autoevaluación de la profesora

En la entrevista realizada la profesora, se le solicitó que hiciera una autoevaluación de su desempeño en la implementación del ciclo formativo considerando los criterios de idoneidad. Esto, con la finalidad de valorar si la reflexión que ella realiza es coherente con la información que entrega en la entrevista. En la figura 42 podemos ver los resultados de dicha autoevaluación.

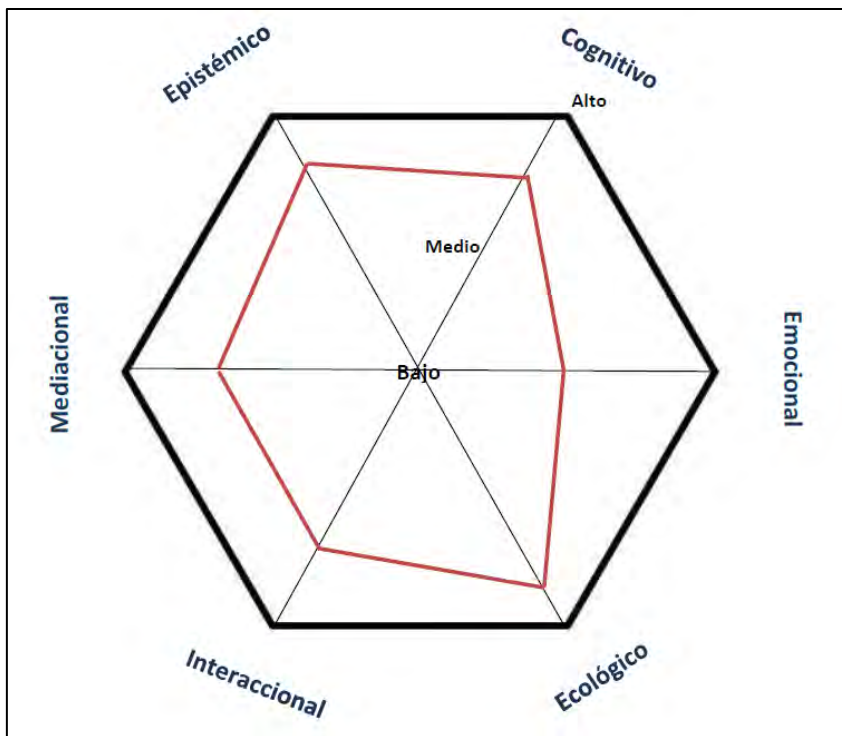


Figura 42. Autoevaluación de la profesora.

Los datos aportados en la figura 43 dan cuenta que la faceta con menor valoración es la emocional, lo que es coherente con la información aportada en la entrevista:

P: “transmitir el entusiasmo por las actividades, como que eso no me funciona”.

P: “Con ese curso tuve varios problemas, así que yo creo que también eso influye” (respecto a la escasa participación de los estudiantes).

P: “yo pienso que los estudiantes se motivaron por querer trabajar en esa ocasión” (alude a una motivación temporal).

Respecto a la faceta interaccional, la profesora valora su desempeño entre medio y alto, lo que a criterio de la investigadora no es coherente con la información entregada en la entrevista:

P: “No hubo preguntas”

P: “Respecto a los alumnos, ellos no hacían preguntas”.

P: “Yo les insistía en que recordaran que tenían tal fecha para entregar el portafolio, que se podían acercar para hacer preguntas, pero no, no hacían consultas”.

El desempeño de la faceta mediacional también lo valora entre medio y alto, lo que no sería coherente según estos comentarios:

P: “El manejo del tiempo, manejar mejor el tiempo en el que se van a realizar las tareas” (respecto a las mejoras que realizaría al ciclo formativo).

P: “Dar tareas más cortas y realizando una revisión en un corto tiempo para que vayan mejorando” (respecto a posibles estrategias para lograr mayor participación).

Respecto a la faceta cognitiva, la profesora valora su desempeño entre medio y alto lo que no sería coherente según la información que aporta:

P: “Yo fui dando las tareas pero el curso no fue respondiendo”.

P: “Hubo hartos problemas con la entrega de tareas”.

P: “pidiendo distintos avances en la medida que van trabajando” (refiriéndose a una estrategia para lograr mayor participación, sin embargo esto estaba considerando en el ciclo formativo, era la única forma de hacer retroalimentaciones oportunas).

El desempeño de la faceta epistémica la valoró entre medio y alto, estando más cerca de lo alto. Sin embargo, la investigadora considera que esta valoración no es coherente con el discurso que prima en la entrevista:

P: “yo creo que uno como profesor tiene que hacer un esfuerzo para que ellos se involucren mejor en lo de complejidad matemática” (Respecto a cómo mejorar el trabajo con el mapa de complejidad matemática de la proporcionalidad).

P: “Yo creo que quizás hubiese sido bueno tener el mapa más presente en las clases, porque ese mapa se presentó al inicio, después lo volví a presentar pero después, la verdad, es que no lo fui colocando en las clases, sería bueno tenerlo más presente, eso permitiría una actividad de reflexión”.

P: “yo creo que la idoneidad epistémica” (refiriéndose al criterio de idoneidad que fue más difícil de comprender por parte de los estudiantes).

Finalmente, respecto al desempeño de la faceta ecológica, el cual recibió la mejor valoración (el más cercano al alto nivel), no es posible valorar la coherencia de su autoevaluación porque los datos entregados en la entrevista no aportan información en este ámbito.

2. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DEL PORTAFOLIO

En una primera revisión a los tres portafolios entregados, se logró observar que las estudiantes que habían entregado evidencias de su trabajo durante todo el semestre, lograron abordar todas las tareas solicitadas en el portafolio. Sin embargo, los dos grupos que entregaron el portafolio al final del semestre no abordaron todas las tareas y, las que abordaron, no las trabajaron en su totalidad (ver tabla 28).

Tabla 28

Tareas disponibles en cada portafolio

TAREA	PORTAFOLIO 1	PORTAFOLIO 2	PORTAFOLIO 3
Nº0 (tarea agregada)	X		
Nº1	X	X	X
Nº2	X		X
Nº3	X		X
Nº4 (tarea modificada)	X		
Nº5	X	X	X
Nº6	X	X	
Nº7	X		X

Por lo expuesto en el párrafo anterior, focalizaremos nuestro análisis en el portafolio que cuenta con todas las evidencias, relacionando éstas con los niveles de desempeño de la competencia reflexiva desarrollados en el capítulo 3 de esta memoria de investigación.

Tarea N° 0

Esta tarea inicialmente no fue planificada en el ciclo formativo sino que surgió durante la implementación de la tarea N° 4. Los estudiantes solicitaron cambios en el momento de realizar la tarea N°4, los cuales fueron aceptados por la profesora con la condición de que incorporaran una nueva tarea al portafolio (Tarea N°0). La finalidad de esta nueva tarea era que los estudiantes relacionaran el mapa de complejidad matemática de la proporcionalidad con los contenidos matemáticos de proporcionalidad que están presentes en el currículum nacional del segundo ciclo de educación básica. En la tarea se puede observar (ver detalles de la tarea en el anexo 17) que lo que predomina en el escrito es la descripción, ya que los estudiantes “cortan” y “pegan” la información disponible en los programas de estudio de sexto, séptimo y octavo año básico. En su respuesta se puede observar que no establecen relaciones con el mapa que les presentó la profesora, el cual ni si quiera se menciona en el desarrollo de la tarea. Solo en un

pequeño apartado, al final de esta tarea, se puede ver la redacción de un párrafo en el que los estudiantes hacen una breve reflexión de tipo epistémico (ver figura 43). Por otra parte, en el documento nos encontramos un registro escrito de lo que sería la retroalimentación de la profesora.

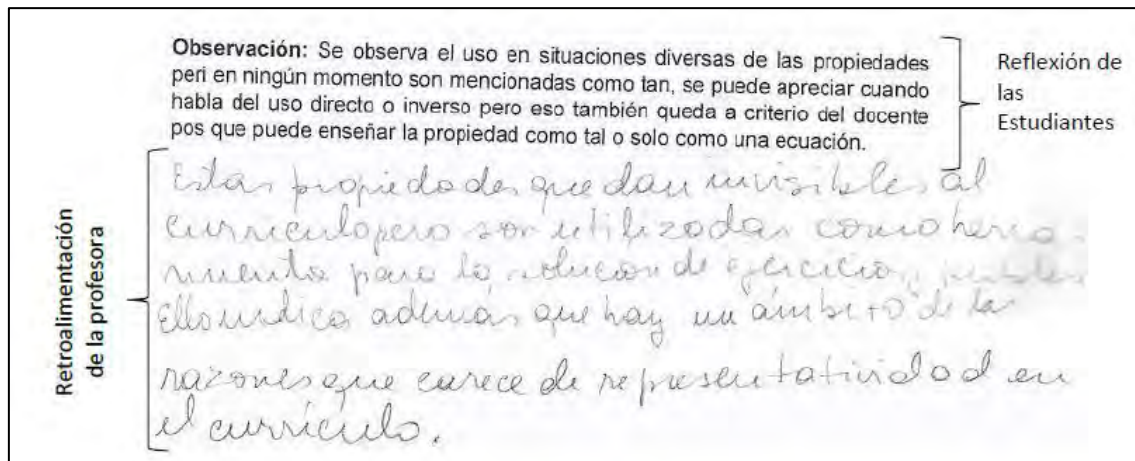


Figura 43. Extracto de la evidencia de la tarea 0

Debido a que la tarea corresponde a una revisión del currículum nacional, inmediatamente podemos deducir que ésta se relaciona con la faceta ecológica. Sin embargo, en la figura 43 vemos que los estudiantes reflexionan entorno a las propiedades matemáticas y la profesora focaliza su retroalimentación en la carencia de representatividad de las razones en el currículum, por lo que esta evidencia también se puede relacionar con la faceta epistémica.

Ahora bien, una posible respuesta a esta tarea para que se observe una relación entre los contenidos de proporcionalidad del currículum con el mapa de complejidad matemática de la proporcionalidad podría ser lo que se muestra en la figura 44.

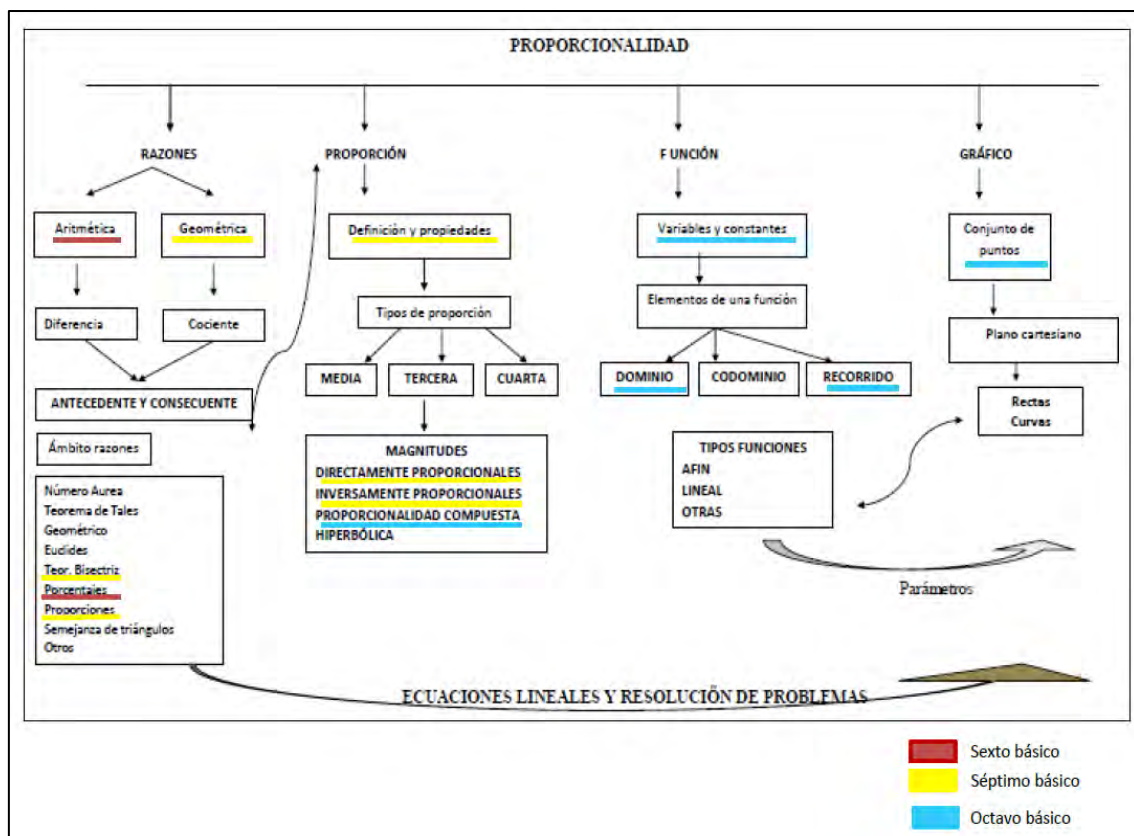


Figura 44. Posible resultado de la tarea 0

Esta posible respuesta permitiría que los estudiantes fuesen conscientes de cómo es el progreso del estudio de la proporcionalidad en estos cursos y cuáles son los contenidos matemáticos que no están considerados para estos años de escolaridad. Ahora bien, la gestión de la profesora no facilitó el trabajo en esta dirección, por lo cual, tanto ella como los estudiantes, perdieron la oportunidad de trabajar la complejidad de la proporcionalidad, por lo cual les habría llevado a pensar no en un objeto unitario si no en un sistema complejo formado por partes o componentes, los cuales deben de articularse o conectarse entre sí. Un estudio de Rivas (2013) enfocó su atención en la formación inicial de profesores de primaria respecto al conocimiento didáctico-matemático de la proporcionalidad. Los resultados de dicho estudio indican que una de las dificultades que presentan los futuros profesores, es que su conocimiento es

desarticulado, y basado en aspectos parciales, los que no terminan de integrarse en un conocimiento significativo sobre la noción de proporcionalidad.

Los principios y estándares del NCTM (2000) consideran el proceso de conexión, que es entendido como aquel que permite conectar diferentes contenidos matemáticos entre sí y también permite conectar las Matemáticas con contextos extramatemáticos. Según Rondero y Font (2015), la doble mirada complejidad-articulación aplicada a un objeto matemático (la proporcionalidad en este caso) permite profundizar en este proceso. Por una parte, la complejidad, precisa cuáles son los componentes a conectar. Por otra parte, los tipos de procesos de articulación precisan y concretan la noción de conexión entre estos componentes, en particular la conexión intramatemática. Según Rondero y Font (2015), Introducir la reflexión sobre la dialéctica complejidad-articulación en el proceso de enseñanza-aprendizaje de un objeto matemático tiene la ventaja de que nos permite generar criterios de calidad matemática de un proceso de instrucción para este objeto. Por una parte, la complejidad nos da un marco de referencia para generar el criterio de representatividad (en el sentido de que la secuencia de tareas es una muestra representativa de la complejidad del objeto que se quiere enseñar). A su vez, la tipología de procesos de articulación ayuda a concretar el proceso de conexión, que es uno de los procesos que se tienen en cuenta para hablar de riqueza matemática de una secuencia de tareas.

Para contribuir a evitar la desarticulación que señala Rivas y siguiendo la sugerencia de Rondero y Font de introducir la reflexión entre la dialéctica complejidad-articulación, consideramos, en un posible rediseño del ciclo formativo, que se le solicite a los estudiantes que comparen el mapa conceptual de la complejidad de la proporcionalidad tanto con el currículum de segundo ciclo básico como con el de enseñanza media.

Tarea N° 1

En esta tarea se esperaba que los estudiantes explicasen el contexto del curso en el que centrarían su reflexión (entorno socioeconómico, tipo de escuela, condiciones físicas del centro, características del grupo de alumnos, etc.). Esta tarea (se puede ver el detalle en el anexo 18) no estaba pautada, es decir, los estudiantes tenían libertad para dar a conocer las características que ellos considerasen importantes y, en la respuesta que ha entregó el grupo 1 (G1), podemos ver que determinados párrafos del registro escrito se relacionan con algunas de las facetas que más adelante orientarán su proceso de reflexión:

- Cognitiva:

G1: “en la asignatura de matemática se visualiza una evidente dificultad para alcanzar los objetivos propuestos” (en relación al curso que analizarían).

- Ecológica/Epistémica:

G1: “El profesor de matemática a cargo del curso tiene un gran dominio de los contenidos del currículum”.

- Emocional:

G1: “en cuanto a la relación establecida entre el docente y sus alumnos, se puede señalar que no existe mucha empatía entre ambos, puesto que el profesor es muy serio e inflexible”.

Tarea N° 2

En esta tarea se esperaba que los estudiantes reflexionaran sobre un episodio de clases sin conocer la pauta de criterios de idoneidad. De esta manera, se pretendía observar si éstos surgían de manera implícita en el discurso de los estudiantes. En la tabla 29 se

puede observar las agrupaciones de las unidades de análisis extraídas de la tarea 2 (ver evidencia de la tarea en el anexo 19).

Tabla 29
Análisis de la tarea N°2

FACETA	UNIDAD DE ANÁLISIS
Epistémica	▪ Muestra seguridad en la explicación de los contenidos.
Cognitiva	▪ Conecta claramente los sucesos que quiere dar a entender a las estudiantes.
Mediacional	▪ La clase es monótona, no trabaja con material didáctico.
Emocional	▪ Los estudiantes son participes de la clase. ▪ Trabaja con situaciones reales de la vida cotidiana. ▪ Genera seguridad en sus estudiantes.
Interaccional	▪ Es clara y precisa en la explicación. ▪ Realizaba preguntas para mantener la atención de los estudiantes. ▪ La profesora es mediadora del aprendizaje de los estudiantes. ▪ Induce a los estudiantes en las respuestas. ▪ Poca cabida para que los estudiantes comenten errores.
Ecológica	

En la tabla observamos que las reflexiones de los estudiantes se relacionan con cinco de las seis facetas, quedando ausente la faceta ecológica. Además, la faceta que tiene más unidades de análisis es la interaccional (con cinco de los once comentarios realizados) y las que tienen menos son la epistémica, cognitiva y mediacional.

Tarea N° 3

En esta tarea analizaron el mismo episodio de la tarea N°2 pero ahora con ayuda de la pauta de los componentes y descriptores de los criterios de idoneidad didáctica, la cual fue presentada en una sesión anterior por la profesora y en otra sesión por un profesor con experiencia en el área. En esta tarea (ver detalles en el anexo 20) los estudiantes del grupo 1 consideraron todas las facetas en su reflexión y, posteriormente, realizaron una comparación entre los resultados de la tarea N°2 y la tarea N°3 (ver figura 45).

Comparación de análisis

El primer análisis fue realizado de una manera más general y reciente, en comparación al segundo análisis que es realizado en mayor profundidad, ya que se analiza el proceso de instrucción parte por parte, lo que genera una reflexión más meditada del video en sí.

- Si bien es cierto en el primer análisis realizado consideramos que la profesora está constantemente mediando el aprendizaje de los estudiantes, en el segundo análisis nos dimos cuenta que ella más que mediar el aprendizaje incita a sus estudiantes a responder lo que ella espera. ✓
- En el primer análisis consideramos que la profesora constantemente realizaba preguntas para mantener la atención de los estudiantes lo cual es un aspecto importante, pero no es correcto inducirles las respuestas a los estudiantes.
- En cuanto al manejo de contenidos, la profesora se muestra segura y confiada de lo que explica, lo que genera seguridad en sus estudiantes. ✓
- En cuanto a los aspectos negativos que mencionamos en el primer análisis didáctico, con respecto a la poca cabida que ofrece la profesora para que los niños se equivoquen en el segundo análisis confirmamos este aspecto. ✓

Figura 45. Comparación de las reflexiones.


De esta comparación se puede destacar dos cosas. La primera es que los estudiantes consideran que el nivel de profundidad de su reflexión aumenta después de conocer la pauta y, la segunda, es que los estudiantes se logran dar cuenta que, al trabajar con la pauta, modifican algunas de sus reflexiones, pasando de valorar positivamente un aspecto del episodio a valorarlo negativamente en la segunda instancia.

Tarea 4

Esta tarea estaba planificada para que los estudiantes diseñaran un instrumento de evaluación apoyándose en el mapa de complejidad matemática de la proporcionalidad, el cual previamente se había relacionado con los contenidos de proporcionalidad presentes en el currículum del segundo ciclo básico. Al diseñar esta evaluación, se esperaba que la aplicaran en un curso de octavo básico, sin embargo, la profesora

permitió diseñar el instrumento para otro curso (en este caso, para sexto básico) dado que los estudiantes manifestaron que no encontraban el sentido de elaborar un instrumento para un curso en el que ellos no estaban realizando práctica. Ahora bien, el propósito de que diseñaran una evaluación para el último curso de enseñanza básica (octavo) era que los estudiantes pudieran considerar todos los contenidos matemáticos relacionados con la proporcionalidad del segundo ciclo básico, por lo cual, en el caso del grupo 1 que diseñaron una evaluación para sexto año básico, significó que los estudiantes solo se centraran en un aspecto parcial de la proporcionalidad (porcentajes), perdiendo el propósito establecido en la planificación del ciclo formativo. A continuación, en la figura 46 se muestra la evaluación diseñada por dicho grupo y, en la figura 48, extractos del análisis que realizaron sobre los resultados obtenidos por sus alumnos al aplicar dicha evaluación.

Resuelve los siguientes problemas



Nombre: _____ Curso: *6º Básico*

a) En un turno, un trabajador descansa el 25% de los días. Si su turno es de 28 días, ¿Cuántos días descansa?

28 | 100%
x | 25%

$x = \frac{28 \cdot 25}{100}$
 $x = \frac{700}{100} = 7$ $x = 7$ ✓

b) En un curso hay 35 estudiantes de los cuales el 20% son niñas. ¿Cuántos niños hay en el curso?

35	100
x	20

 $x = \frac{35 \cdot 20}{100}$ $x = 7$ $\frac{35}{28}$ $\frac{7}{28}$ *Hoy 28* ✓

c) En una prueba, un estudiante contestó el 80% correspondiente a 20 preguntas. ¿Cuántas preguntas tenía la prueba?

$\frac{x}{20} | \frac{100}{80}$ $x = \frac{100 \cdot 20}{80}$ $x = 25$ ✓

d) En una encuesta, 81 personas dijo hablar otro idioma. Si se encuestaron 180 personas, ¿qué porcentaje de personas habla otro idioma?

45% ✓

e) En una plantación, el 20% corresponde a manzanos. Si hay 250 manzanos, ¿cuántos árboles hay en total?

1250 ✓

f) ¿A qué porcentaje equivalen las galletas de chocolate si en una caja hay 450 de un total de 750?

60% ✓

Figura 46. Instrumento de evaluación diseñado por el grupo 1.

En la figura 46 se puede apreciar que en el diseño de la evaluación diagnóstica consideraron solo problemas de traducción simple (Borasi, 1986), los que se caracterizan por estar formulados dentro de un contexto concreto y cuya resolución

supone una traducción del enunciado a una expresión matemática. Según Pino y Blanco (2008), este tipo de problemas son los que tienen menor complejidad y los que más se encuentran en los textos escolares de Chile y España. Por otra parte, por el hecho de haber realizado previamente un análisis del currículum, era esperable que como mínimo diseñaran un instrumento de evaluación que contemplara los indicadores de evaluación que ahí se sugieren, estos son:

- Explican el porcentaje como una razón de consecuente 100.
- Usan representaciones pictóricas para ilustrar un porcentaje.
- Expresar un porcentaje como una fracción o como un decimal.
- Identifican y describen porcentajes con contextos cotidianos, y los registran simbólicamente.
- Resuelven problemas que involucran porcentajes.

Considerando esto, y al observar la figura 46, vemos que los estudiantes del grupo 1 focalizaron su evaluación solo en la resolución de problemas que involucran porcentajes, para los cuales se requiere entender el porcentaje como una razón entre dos cantidades, donde el consecuente es 100. Además, podemos ver que solo han propuesto problemas de valor faltante, los que Rivas (2013) define como aquellos que se caracterizan por estar constituidos por cuatro valores que están en relación, en las que tres de ellos son conocidos y uno desconocido. En definitiva, vemos que el instrumento de evaluación diseñado por los futuros profesores no tuvo en cuenta la representatividad del porcentaje, porque todos los problemas son de un mismo tipo (valor faltante) y en ellos se trabaja solo con un significado de porcentaje, que es el de razón.

Del cien por ciento de los diagnósticos aplicados a estudiantes del Colegio San Alfonso del Boldo, del curso sexto año básico, un 40% equivalente a 8 estudiantes obtuvieron la totalidad de los puntos en el diagnóstico aplicado, 50% equivalente a 10 estudiantes obtuvieron cinco puntos de un total de seis teniendo solo una respuesta errónea y el 10% equivalente a 2 estudiantes obtuvieron cuatro respuestas correctas de un total de seis.

En base a esto podemos destacar que los resultados obtenidos cumplen con el aprendizaje global del objetivo resolver problema de acuerdo al cálculo de porcentaje, ya que los estudiantes pudieron desarrollar más del cincuenta por ciento del diagnóstico de manera correcta.

Figura 47. Reflexión del grupo 1 sobre los resultados de la evaluación

En la reflexión del grupo 1 podemos ver que estos realizan una reflexión en torno a la faceta cognitiva, centrándose en una descripción de los resultados obtenidos por sus alumnos.

Tarea 5

En esta tarea se esperaba que los estudiantes reflexionaran sobre una práctica ajena. En este caso, los estudiantes decidieron reflexionar sobre la práctica de un profesor de sexto básico (curso en el cual aplicaron la evaluación diagnóstica). Para lograr hacer la reflexión, los integrantes del grupo debieron recolectar evidencias de la unidad didáctica implementada por dicho profesor, ya que el contenido relacionado con la proporcionalidad (razones) se había trabajado en el semestre anterior (Se pueden ver ejemplos de las evidencias recolectadas en el anexo 21).

Para dicha reflexión los estudiantes se guiaron con la pauta presentada en el ciclo formativo, por lo tanto, en sus reflexiones han considerado todas las facetas (epistémica,

cognitiva, mediacional, emocional, interaccional y ecológica). Sin embargo, en algunas de sus valoraciones nos encontramos con algunas incongruencias que nos hacen dudar sobre la calidad de sus valoraciones. Por ejemplo, si se observa la información de la figura 48, podemos ver que cuando reflexionan en torno al componente de ambigüedad declaran lo siguiente: “...puesto que el profesor es claro en las definiciones y procedimientos que utiliza para explicar el contenido”, haciendo referencia a una práctica observada, lo que no es real, ya que el profesor realizó esta implementación en el semestre pasado. Además, de acuerdo a las notas de retroalimentación que la profesora redacta, podemos inferir que no percibe dicha incongruencia.

b. Reflexión y valoración de la clase del profesor en base a los criterios de idoneidad

1. Idoneidad epistémica:

Falta una conclusión sinética de esta parte. ¿cuáles por qué?

COMPONENTES	ANÁLISIS DEL PROFESOR
Errores	En algunas ocasiones cae en errores desde el punto de vista matemático, aunque maneja los contenidos de muy buena manera.
Ambigüedades	No se observan ambigüedades que puedan llevar a la confusión a los alumnos, puesto que el profesor es claro en las definiciones y procedimientos que utiliza para explicar el contenido.
Riqueza de proceso	El profesor realiza una secuencia de tareas que van de menos a más y contemplan la realización de la actividad matemática. Trabaja resolución de problemas, cálculos, etc. E incita a la argumentación de los procedimientos.

Esto presenta la modelación, representación. Existe representación de la vida del % - pjm se expresa en fracción, %, decimal

Figura 48. Extracto de la reflexión sobre una práctica ajena.

Situaciones similares encontramos en las reflexiones que abordaban las siguientes facetas:

- Mediacional: “el tiempo que utiliza en las clases a veces es muy poco, da por pasado los contenidos sin asegurarse que todos los estudiantes cumplieron con estos”.
- Interaccional: “El profesor en reiteradas ocasiones no facilita el diálogo y comunicación entre los estudiantes, no le gusta que interrumpen su clase”.

En el caso de la faceta interaccional, los estudiantes podrían haber comentado que, en base a las evidencias (específicamente en la planificación de la unidad didáctica) se podía inferir que el profesor no facilitaba espacios de diálogo, ya que en el apartado de “habilidades” que se ve en el modelo de planificación (ver ejemplo en la figura 49) no se considera desarrollar la argumentación y la comunicación en ninguna de las clases planificadas (habilidades que se contemplan en el currículum nacional).

Plan de clase			
CURSO: 8º básico	CLASE: 8	FECHA: /06/2014	
SECTOR: Educación Matemática	EJE: Números y operaciones	UNIDAD 3: Cálculo de	
porcentajes			
TIEMPO: 90 minutos			
Meta de la clase: Resolver problemas aplicando el cálculo de porcentajes.			
Habilidades <ul style="list-style-type: none"> • Relacionar • Aplicar • Analizar 		Objetivos de Aprendizaje Transversales <ul style="list-style-type: none"> • Manifestar curiosidad e interés por el aprendizaje de la Matemática. • Demostrar una actitud de esfuerzo y perseverancia. 	
Objetivos de Aprendizaje <ul style="list-style-type: none"> • Calcular el 10%, 25% y 50% de una cantidad. 		Módulo 3: Cálculo de porcentajes. <ul style="list-style-type: none"> • Cálculo del 10%, 25% y 50%. 	
Indicadores de evaluación <ul style="list-style-type: none"> • Relaciona porcentajes de números con multiplicaciones y divisiones. • Aplican el cálculo de porcentajes en la resolución de problemas. 			

Figura 49. Evidencia de planificación.

En esta misma tarea, los estudiantes tenían que explicar un posible rediseño a la unidad didáctica a partir de sus reflexiones. En esta parte de la tarea (ver detalles en el anexo

22), el único cambio que proponen tiene relación con lo mediacional, ya que mencionan que debiera incorporarse el uso de las TIC en las clases (haciendo mención a la necesidad de implementar un software). En ningún momento se hace referencia, por ejemplo, a la necesidad de incorporar situaciones problemáticas que activen el diálogo con los alumnos, aspecto que fue mal valorado en la reflexión de la práctica ajena, por lo que el rediseño no logra tener una estrecha relación con la reflexión.

Tarea N°6:

En esta tarea se esperaba que los estudiantes planificaran e implementaran una clase considerando lo manifestado en el rediseño de la unidad didáctica. En la figura 50 se puede observar la planificación de clase que diseñaron.

PLAN DE CLASE	
CURSO: 6º Básico	FECHA: 12/11/2014
ASIGNATURA: Educación Matemática	UNIDAD 3: Cálculo de porcentajes
EJE: Números y operaciones	TIEMPO: 90 minutos
OA Resolver problemas aplicando el cálculo de porcentajes	OAT <ul style="list-style-type: none"> • Manifestar curiosidad e interés por el aprendizaje de la Matemática. • Demostrar una actitud de esfuerzo y perseverancia.
HABILIDADES <ul style="list-style-type: none"> • Aplicar • Analizar 	RECURSOS <ul style="list-style-type: none"> • Power point • Hoja de oficio • Lápiz y goma • Gula
EVALUACIÓN Revisión colectiva de la actividad	
INICIO Se da inicio a la clase con el planteamiento de un problema. Se realizan preguntas abiertas sobre la estrategia para la resolución del problema. Se presenta el objetivo.	
DESARROLLO Se realiza un repaso del contenido. Se realiza actividad de aplicación que consiste en _____ Se realizará una guía de resolución de problemas.	
CIERRE Se lleva a cabo una síntesis de lo visto en la clase.	

Figura 50. Planificación de intervención de los futuros profesores

En la planificación que se observa en la figura 50 destacamos dos aspectos. En el primero se observa que los futuros profesores no consideraron desarrollar en sus alumnos la habilidad de comunicar y argumentar, a pesar de que habían valorado negativamente la gestión de la interacción en la práctica del profesor de la asignatura. El segundo hemos destacado una actividad que no terminaron de redactar y que, por tanto, no nos permite comprender el trabajo que quisieron realizar con sus alumnos.

Por otra parte, a través de la planificación nos podemos dar cuenta que los estudiantes no incorporaron la utilización de un software, a pesar de que éste fue el único aspecto que sugirieron en el rediseño de la unidad (en la tarea N°5).

Una vez planificada la clase, un integrante del grupo realizó la implementación de ésta y, posteriormente, todos los integrantes reflexionaron en torno a la experiencia (ver detalles en el anexo 23). En la tabla 30 se muestra la categorización de la reflexión que realizó el grupo 1.

Tabla 30

Categorización de la reflexión realizada por el grupo 1

CATEGORÍA	UNIDAD DE ANÁLISIS
Epistémica	
Cognitiva	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Se evidenció un aprendizaje significativo para los estudiantes
Mediacional	
Emocional	<ul style="list-style-type: none"> ▪ El hecho de realizar una clase más entretenida y didáctica genera en los estudiantes un gran interés por aprender y se muestran muy entusiasmados en el desarrollo de la clase. ▪ Fue realizada en base a sus intereses personales, lo que facilitó la atención y la comprensión del contenido estudiado.
Interaccional	
Ecológica	

Estos resultados nos permiten dar cuenta que, al momento de reflexionar sobre la implementación, los integrantes del grupo 1 solo hacen mención al criterio de idoneidad

cognitivo y emocional, lo que se puede explicar por las respuestas entregadas por dos de las integrantes (I1, I2) del grupo en las entrevistas cuando se les pregunta ¿Qué fortalezas y debilidades encuentras en tu portafolio? Las respuestas fueron:

I1: “Creo que hay muchas cosas que le falta profundidad, por un tema de tiempo. Hay muchas cosas que las hicimos a la rápida, sobre todo el final”.

I2: “Fortalezas podría ser la recolección de evidencias para reflexionar, era difícil conseguir que los profesores nos pasaran el material. Y debilidades, la profundidad, es que había poco tiempo”.

Tarea N°7

Ésta correspondía a la última tarea del portafolio, su propósito era que cada integrante del grupo realizara una autoevaluación de su competencia reflexiva. Sin embargo, en la respuesta entregada por el grupo 1 (ver detalles en el anexo X), vemos que solo realizaron una valoración general del trabajo realizado en el portafolio, sin realizar una autoevaluación. Del registro podemos destacar los siguientes comentarios:

G1: “Los criterios de idoneidad son un aporte para ver cada uno de los factores que influyen en los aprendizajes de los alumnos”.

G1: “la realización de este portafolio nos ayuda a reflexionar sobre nuestra propia práctica pedagógica la cual nos orienta en los posibles errores que podríamos cometer a la hora de enseñar y cómo preverlos”.

G1: “Los criterios de idoneidad son herramientas que pueden ser muy útiles no solo para organizar y analizar las prácticas sino también para valorarlas”.

En estos párrafos podemos ver que los integrantes del grupo 1 terminan dando una buena valoración al uso de los criterios de idoneidad y al portafolio para orientar sus reflexiones, lo que coincide con lo que se expuso en las entrevistas que se realizaron al finalizar el ciclo formativo. Por otra parte, si bien los integrantes de este grupo no realizaron el ejercicio de autoevaluar su competencia reflexiva, en la información extraída de las entrevistas podemos observar la autoevaluación de dos integrantes de este grupo, quienes de manera voluntaria participaron aportando información:

Autoevaluación de integrante 1:

Valorando su nivel de competencia de 0 a 10, y considerando que su estado inicial era 0, valoró su desarrollo en 6. Además, señaló que uno de los criterios que le resultó más difícil de comprender fue el epistémico.

Autoevaluación de integrante 2:

Valorando su nivel de competencia de 0 a 10, y considerando que su estado inicial era 0, valoró su desarrollo en 5. Esta integrante también señaló que uno de los criterios que le resultó más difícil de comprender fue el epistémico.

Con el objetivo de conocer el nivel de desarrollo que han alcanzado los integrantes del grupo 1 a través del trabajo realizado en el portafolio, en la tabla 31 hacemos, en primera instancia, una síntesis del tipo de evidencia(s) que aportaron desde la tarea N°0 a la N°6 (excluimos la tarea N°7 por tratarse de una autoevaluación).

Tabla 31

Tipos de evidencia encontrados en cada tarea

TAREA	TIPO DE EVIDENCIA					
	Epistémica	Cognitiva	Mediacional	Emocional	Interaccional	Ecológica
Nº0	X					X
Nº1		X		X		X
Nº2	X	X	X	X	X	
Nº3	X	X	X	X	X	X
Nº4		X				
Nº5	X	X	X	X	X	X
Nº6		X		X		

Considerando las evidencias aportadas en cada tarea y los descriptores señalados en la caracterización de competencia reflexiva que hemos presentado en el capítulo 3, compararemos el estado inicial y final del nivel de reflexión del grupo 1 (ver tabla 32).

Tabla 32

Comparación del nivel de reflexión alcanzado por el grupo 1.

ESTADO	TAREAS	TIPOS DE EVIDENCIA	DESCRIPTORES	NIVEL DE REFLEXIÓN
Inicial	Tarea Nº1	Cognitiva, ecológica y emocional	D2: Conoce algunos constructos del área de educación Matemática que permiten la reflexión sobre la práctica	Nivel 1 de desarrollo
	Tarea Nº2	Epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional y emocional.	D3: Realiza análisis poco elaborados de procesos de instrucción, con observaciones generales en las que se tiene poco en cuenta la especificidad de las matemáticas.	
	Tarea Nº0	Ecológica y, en menor medida, epistémica.	D1: Conoce el sistema educativo nacional, sus fines y objetivos, su estructura, la normativa que lo rige, sus principales logros y los desafíos y metas que tiene.	Nivel intermedio,
	Tarea Nº3	Considera las facetas epistémica, cognitiva,	D4. Conoce constructos del área de Educación Matemática que permiten la reflexión sobre la práctica y la valoración de los	

Final		mediacional, emocional, interaccional y ecológica.	procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.	entre el nivel 1 y nivel 2 de desarrollo.
	Tarea N°4	Cognitiva	D3. Realiza análisis poco elaborados de procesos de instrucción, con observaciones generales en las que se tiene poco en cuenta la especificidad de las matemáticas.	A pesar de que presentan evidencias del nivel 2 (D4 y D6), sus reflexiones aun no tienen en cuenta la especificidad de las matemáticas.
	Tarea N°5	Considera las facetas epistémica, cognitiva, mediacional, emocional, interaccional y ecológica.	D4. Conoce constructos del área de Educación Matemática que permiten la reflexión sobre la práctica y la valoración de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.	
	Tarea N°6	Emocional y cognitiva	D6. Propone cambios para mejorar la práctica futura con poca fundamentación teórica.	

CAPÍTULO 10

REDISEÑO DEL CICLO FORMATIVO

RESUMEN

En este capítulo se presenta el rediseño del ciclo formativo, el que surge luego de hacer una triangulación entre las valoraciones de la profesora y la investigadora (esta último basándose en los resultados del capítulo anterior). Una vez realizada la triangulación la profesora plantea un rediseño considerado cinco aspectos que se ha percibido que requieren de una propuesta de mejora. Los aspectos a abordar fueron los siguientes: 1) las tareas que se trabajarán en el portafolio 2) tiempo para el desarrollo de las tareas, 3) orientaciones para abordar los espacios de retroalimentación, 4) acciones para motivar a los estudiantes y 5) calificación del portafolio.

1. FORTALEZAS Y DEBILIDADES A CONSIDERAR

Conforme a los datos analizados, se consideraron las siguientes fortalezas y debilidades para tener en cuenta en el rediseño el ciclo formativo:

- Fortalezas:
 1. La pauta con criterios de idoneidad fue bien valorada por parte de los participantes y su uso sistemático permite lograr mejoras en las reflexiones de los estudiantes.

2. El portafolio, y las tareas que éste pretendía, fueron bien valorados por parte de los participantes (considerando las modificaciones que se hicieron).
- Debilidades:
 1. Falta de tiempo para abordar con profundidad las tareas del portafolio.
 2. Ausencia de criterios de evaluación.
 3. Insuficientes estrategias para potenciar la interacción (sobre todo en los espacios de retroalimentación) y la motivación en el los estudiantes.
 4. Al analizar el portafolio del grupo 1 se observó que los estudiantes en sus reflexiones tienen poco en cuenta la especificidad de las matemáticas.

De acuerdo a las fortalezas, se consideró oportuno continuar trabajando a través de un portafolio y la pauta con criterios de idoneidad y, para abordar las debilidades, se consideraron las siguientes modificaciones:

- Aumentar el tiempo el desarrollo de las tareas de portafolio en el aula.
- Diseñar una pauta de evaluación que permita calificar y orientar el trabajo del portafolio.
- Diseñar un guión para orientar las sesiones de retroalimentación.
- Planificar actividades para motivar el trabajo de los estudiantes.
- Potenciar la reflexión epistemológica, haciéndolos conscientes de la complejidad matemática de la proporcionalidad.

2. REDISEÑO DEL CICLO FORMATIVO

Tareas consideradas en el portafolio

Debido a que los participantes han manifestado que el criterio de idoneidad epistémica es el que resulta más complejo de comprender, se decidió mantener la tarea N°0 realizando algunas modificaciones que serán explicadas más adelante. Dicha tarea, reemplazará a la tarea N°4 que se consideró en el diseño de ciclo formativo. Esto significa que se eliminará una tarea, lo que permitirá que los grupos de trabajo aborden con mayor profundidad las otras tareas del portafolio. A continuación, se detallan las modificaciones introducidas a lo que ahora será la tarea N°4 y, dado a que las otras tareas no presentan cambios, solo se nombrarán:

Tarea N°1: Contextualizar el curso en el que enfocaran su reflexión.

Tarea N°2: Reflexionar sobre un episodio de clase sin conocer la pauta con los criterios de idoneidad.

Tarea N°3: Reflexionar sobre el mismo episodio de clase una vez conocidos los criterios de idoneidad realizando, posteriormente, una comparación entre sus reflexiones.

Tarea N°4: Comparación de los contenidos de proporcionalidad del currículum nacional de matemática (ampliando la búsqueda con los programas de estudio de enseñanza media) con el mapa de complejidad matemática de la proporcionalidad presentado por la profesora.

El hecho de solicitar a los estudiantes que incorporen en su búsqueda los programas de estudio de enseñanza media, permitirá que éstos tengan una visión más completa de la proporcionalidad. Por otra parte, completar el mapa de complejidad matemática de la

proporcionalidad con los tipos de problemas matemáticos en el ámbito de la proporcionalidad, permitirá que los futuros profesores cuenten con mayores orientaciones para diseñar tareas para sus alumnos. Para esto se consideraran los tres tipos de problemas que presenta Rivas (2012):

- Problemas de valor faltante: corresponde a los problemas que se caracterizan por estar constituidos por cuatro valores que están en relación, en la que tres de ellos son conocidos y uno es desconocido.
- Problemas de comparación: en este tipo de problemas son dados cuatro valores que se relacionan de manera multiplicativa, dos a dos, formando razones. El problema consiste en determina si las razones que se forman son iguales o si una es mayor (o menor) que otras.
- Problemas cualitativos de predicción o comparación: este tipo de problemas tiene una estructura similar a los de valor faltante o comparación, pero su solución no requiere del uso explícito de cálculos numéricos.

Tarea N°5: Reflexión sobre la unidad didáctica planificada por un docente y sugerencias para el rediseño de esa unidad.

Tarea N°6: Reflexión sobre una planificación diseñada por el grupo y la implementación llevada a cabo por un integrante del grupo.

Tarea N°7: Autoevaluación de la competencia reflexiva (señalando que es una actividad individual).

Planificación del tiempo

Para optimizar el trabajo de los estudiantes se optó por aumentar las sesiones de trabajo en aula y, de esta manera, otorgar mayores posibilidades de recibir retroalimentación y de participar en espacios de diálogos entre sus pares. Asimismo, se decidió que los estudiantes inicien el trabajo de cada tarea en horas de clases y, al finalizar cada clase, entreguen sus avances para que sean revisados por la profesora de manera que ésta pueda entregar una óptima retroalimentación. En la tabla 33 se muestra las clases que se contemplan en el rediseño, el tipo de trabajo que se realizará en cada una de ellas y una descripción general del trabajo que se espera desarrollar.

Tabla 33

Rediseño: Planificación del tiempo

CLASE	TIPO DE TRABAJO CONTEMPLADO EN LA SESIÓN	DESCRIPCIÓN GENERAL DEL TRABAJO
Nº1	Motivación	La profesora activará una discusión relacionada con la importancia de la competencia reflexiva en los profesores de matemática. Luego de esto, presentará el trabajo del portafolio, su estructura, la pauta de evaluación y orientaciones para solicitar evidencias en el centro de práctica. Finalmente se dará un espacio para la constitución de grupos de trabajo.
Nº2	Diagnóstico	Los estudiantes resolverán la tarea Nº1 y se analizarán los resultados.
Nº3	Diagnóstico	Los estudiantes resolverán la tarea Nº2 y se analizarán los resultados.
Nº4	Formación	La profesora presentará los criterios de idoneidad para que, posteriormente, los estudiantes resuelvan la tarea Nº3.
Nº5	Motivación y formación	Los estudiantes entregan sus opiniones sobre el vínculo entre la competencia reflexiva y la competencia matemática. La profesora presenta el mapa de complejidad matemática y los estudiantes resuelven la tarea Nº4.
Nº6	Retroalimentación	La profesora entrega retroalimentación de la tarea Nº4.
Nº7	Motivación y Formación	Se motiva el trabajo de los estudiantes con el relato de una estudiante que ya ha vivido la experiencia. Posteriormente resuelven la tarea Nº5
Nº8	Retroalimentación	La profesora entrega retroalimentación de la tarea Nº5.
Nº9	Motivación y formación.	Los estudiantes manifiestan sus opiniones a partir de la pregunta ¿Cómo nos damos cuenta que lo que se propone es una mejora? Posteriormente resuelven la tarea Nº6
Nº10	Formación y retroalimentación.	Continúan trabajo de la tarea Nº6 y reciben retroalimentación.

N°11	Autoevaluación	Los estudiantes resuelven la tarea N°7 y, quienes deseen, pueden compartir el contenido de su tarea con sus compañeros.
N°12	Calificación	A través de la pauta de evaluación la profesora procede a calificar el trabajo de cada grupo y conversando sus apreciaciones con los estudiantes.

Como se puede ver en la tabla 33 en esta oportunidad se han considerado doce clases para trabajar en el portafolio, lo que se diferencia con lo contemplado en la etapa del diseño, la cual solo consideró ocho.

Orientaciones para las sesiones de retroalimentación

En la planificación se han considerado tres sesiones de retroalimentación (para las tareas 4, 5 y 6) y, con el objetivo de potenciar los procesos de interacción en dichas sesiones, la profesora guiara su trabajo basándose en las tres fases propuestas por Cross (2002):

- Fase inicial de apertura y presentación: En esta fase la profesora anticipará la estructura de la sesión y anunciará lo que espera de sus estudiantes.
- Fase de desarrollo: En esta fase la profesora partirá destacando las fortalezas del avance entregado por cada grupo, continuando con los aspectos que necesitan de mayor profundidad. Luego de esto, la profesora responderá preguntas que los estudiantes quieran realizar y, finalmente, orientará el trabajo que deben continuar desarrollando los estudiantes con preguntas (las que surgirán al momento de revisar los avances) que permitan alcanzar reflexiones más profundas.
- Fase de conclusión: En esta fase la profesora recapitulará o evaluará el nivel de comprensión de los integrantes del grupo y anticipará el trabajo que se realizará en la siguiente sesión.

Actividades de motivación

Cuando se plantea motivar a los futuros profesores para desarrollar la competencia reflexiva, la tarea del formado es despertar el interés y dirigir los esfuerzos para alcanzar metas definidas (Campanario, 2002). Ahora bien, considerando la experiencia del ciclo formativo, se observa la necesidad de planificar distintos momentos de motivación durante el semestre, por lo que se han considerado cuatro clases para motivar a los estudiantes:

- Motivación de la clase N°1: Antes de presentar el trabajo del portafolio la profesora iniciará una conversación con sus estudiantes sobre la importancia de que un profesor de matemática sea reflexivo. Para esto la profesora preguntará ¿Por qué es importante que un profesor sea reflexivo? ¿Qué ganan los alumnos cuando tienen un profesor reflexivo? ¿Consideran que su formación les ha permitido desarrollar la competencia reflexiva? ¿Qué tan comprometidos están para desarrollar dicha competencia?

La idea de este trabajo es que la necesidad de formación surja desde los propios estudiantes, de manera que se sientan comprometidos con el trabajo que se debe realizar.

- Motivación de la clase N°2: En esta clase se pretende motivar a los estudiantes para que realicen la tarea N°4. Para esto se abre la conversación con la pregunta ¿Por qué es importante que un buen profesor de matemática tenga una buena competencia matemática?
- Motivación de la clase N°7: En esta clase se espera motivar el desarrollo de la tarea N°5 con el relato de una estudiante que ya tiene la experiencia del ciclo formativo. La idea es que ella pueda compartir con los estudiantes su

experiencia, que pueda empatizar con ellos sobre los esfuerzos que involucra el trabajo y los anime a seguir trabajando.

- Motivación de la clase N°9: En esta clase se espera motivar a los estudiantes a través de una conversación en torno a la pregunta ¿Cómo nos damos cuenta que lo que se propone es una mejora?

Pauta de evaluación

Para diseñar la pauta de evaluación se parte de la base que lo importante es valorar el trabajo sistemático de los estudiantes y el progreso en su nivel de competencia. No es el nivel de competencia el que otorga una calificación, esta información solo es útil para que los futuros profesores sean conscientes de sus fortalezas y/o debilidades. Dicho esto, la pauta de evaluación contempla once indicadores que permitirán calificar el trabajo realizado (ver tabla 34) a los cuales se les puede asignar las siguientes puntuaciones:

- Logrado (L): 3 puntos.
- Medianamente logrado (ML): 2 puntos.
- No logrado (NL): 0 puntos.

Por lo tanto, el puntaje ideal de esta pauta de evaluación es de 33 puntos.

Tabla 34

Diseño de pauta de evaluación

INDICADOR	VALORACIÓN		
	L	ML	NL
Se esfuerzan por entregar avances de su trabajo de manera que puedan recibir una retroalimentación de todo lo solicitado en cada tarea.			
La redacción de sus ideas es clara.			
Participan activamente en los espacios de diálogo.			
Hacen buen uso de los tiempos asignados para retroalimentar.			
La reflexión alcanzada en la tarea N°3 ha considerado la retroalimentación entregada por la profesora.			
La reflexión alcanzada en la tarea N°4 ha considerado la retroalimentación entregada por la profesora.			
La reflexión alcanzada en la tarea N°5 ha considerado la retroalimentación entregada por la profesora.			
La reflexión alcanzada en la tarea N°6 ha considerado la retroalimentación entregada por la profesora.			
La autoevaluación es coherente con las evidencias entregadas en el portafolio.			
Se aportan las evidencias necesarias para comprender las reflexiones que realizan en las tareas 5 y 6.			
Entregan su trabajo en la fecha acordada.			
Puntaje total			

CAPÍTULO 11

CONCLUSIONES FINALES

RESUMEN

En este último capítulo se presentan las principales conclusiones a las que hemos llegado una vez finalizada la investigación, además, presentamos las limitaciones presentes en ella, una posible ampliación de la investigación y la difusión que se ha realizado, hasta la fecha, de los resultados.

Las conclusiones derivan de un estudio de caso, específicamente, del análisis del discurso de las personas (una profesora y sus estudiantes) que participaron en un ciclo formativo y de los resultados de un portafolio desarrollado por futuros profesores en el marco de dicho ciclo formativo. Aunque los resultados de este estudio de caso no pueden ser generalizados, consideramos que pueden dar pautas para analizar estrategias educativas que contribuyan a potenciar el desarrollo de la competencia reflexiva en futuros profesores de matemática.

Una de las principales conclusiones de nuestra investigación es que, al finalizar el proceso de formación de la profesora, se observa un progreso en su competencia reflexiva. Esto queda reflejado cuando ella es capaz de proponer mejoras al ciclo formativo (rediseño) considerando todos los criterios de idoneidad.

1. CONCLUSIONES EN BASE A LOS OBJETIVOS PROPUESTOS

A continuación se presentan las principales conclusiones relacionadas con cada objetivo general que se propuso esta investigación.

1.1. Conclusiones relacionadas con el objetivo general 1

En el primer objetivo general nos propusimos *describir el estado actual de la competencia de reflexión en estudiantes de la carrera de Pedagogía General Básica con Mención en Matemática*. Para alcanzar este objetivo general se propuso dos objetivos específicos, uno que nos permitiera *analizar cómo se ha trabajado esta competencia en cursos anteriores* y otro que nos permitiera *diagnosticar el nivel de competencia que manifiestan los futuros profesores*.

Con la información recolectada se puede concluir que:

- La conceptualización de competencia reflexiva que tienen los participantes (tanto la profesora como los estudiantes) es coherente, o al menos no es contradictoria, con lo que plantea el Ministerio de educación en Chile. Dichas conceptualizaciones coinciden en tres aspectos: 1) hay que reflexionar sobre la práctica, tanto propia como ajena 2) hay una relación entre el desarrollo de la competencia reflexiva y la competencia matemática y 3) es importante reflexionar para mejorar la práctica.
- En la fase 1 de la investigación (diagnóstico) los estudiantes y también la profesora manifiestan que no se han entregado, a los estudiantes, pautas para

orientar la reflexión sobre la práctica. Sin embargo, los estudiantes, destacan ocho tipos de tareas que, si estuviesen acompañadas de orientaciones claras para la reflexión, se transformarían en buenas oportunidades para el desarrollo de dicha competencia. Por tanto, a priori, la existencia de esta tipología de tareas en la formación de futuros profesores sería un factor positivo para el desarrollo de la competencia reflexiva.

- La profesora (en la fase diagnóstica) considera que para ella y para la institución, el desarrollo de la competencia reflexiva es algo nuevo y que, para su desarrollo y evaluación, el formador de futuros profesores debe diseñar y rediseñar tareas. Si bien este hecho nos permite inferir que la profesora considera importante las propuestas de mejora (a través del rediseño), ésta no manifiesta tener un marco conceptual que le permita orientar el diseño de las tareas y fundamentar su rediseño.
- La competencia reflexiva es una de las competencias que el Ministerio de Educación de Chile espera que desarrollen los futuros profesores y, a su vez, el desarrollo de dicha competencia se ha considerado en el proyecto pedagógico de la universidad a la que pertenecen los participantes del estudio. Sin embargo, se constata que la formación recibida por los estudiantes, hasta la fecha de inicio de la investigación, no había considerado un trabajo intencionado para evaluar y desarrollar la competencia reflexiva.
- Otro factor que dificulta el desarrollo de dicha competencia es la ausencia de evaluación. Respecto a este factor, tanto los estudiantes como la profesora manifiestan que los procesos evaluativos no contemplan indicadores relacionados con la reflexión.

- Según la caracterización de competencia reflexiva que se ha desarrollado en el capítulo 3 de esta investigación, el nivel de competencia reflexiva que manifiestan los futuros profesores al llegar al octavo semestre de formación es el más básico. Sus reflexiones se caracterizan por ser de tipo intuitivo y poco organizada. Sin embargo, es muy importante resaltar que esta reflexión estaba organizada, de forma implícita, alrededor de algunos de los criterios de idoneidad didáctica, siendo el criterio de idoneidad epistémica el menos presente ya que sus reflexiones no tenían en cuenta la especificidad de las matemáticas.

Esta última conclusión nos permite confirmar la primera premisa de esta investigación: *“se pueden encontrar indicios del desarrollo de la competencia reflexiva en los futuros profesores, los cuales permiten inferir el uso explícito e implícito de determinados criterios de idoneidad”*. En efecto, si bien los futuros profesores no habían recibido una formación explícita para desarrollar la competencia reflexiva, en el diagnóstico se hallan reflexiones que se pueden asociar a algunos de los componentes y descriptores de los criterios de idoneidad didáctica. Sin embargo, dichas reflexiones son bastante superficiales. Además, se observa (sobre todo) el uso de componentes y descriptores de la idoneidad interaccional y, en menor medida, el uso de componentes y descriptores de la idoneidad epistémica. Esto último, se debe a que los estudiantes tienen muy poco en cuenta la especificidad del contenido matemático, ya que hacen reflexiones generales que podrían ser válidas para cualquier asignatura.

Al analizar los resultados de cada estudiante, vemos que su reflexión se realiza de manera explícita o implícita sobre algunos componentes y descriptores de idoneidad didáctica, ahora bien, estos componentes y descriptores son diferentes entre un alumno y otro; pero, si se hace una puesta en común de las reflexiones de todos los estudiantes,

se observa que aparecen la mayoría de los componentes y descriptores de los criterios idoneidad didáctica. Asimismo, podemos ver que en las reflexiones a veces encontramos descripciones y otras veces valoraciones. Con este resultado, confirmamos lo que se plantea en Ramos y Font (2008), quienes manifiestan que los profesores consideran de manera implícita o explícitas algunos de los criterios de idoneidad que propone el EOS cuando reflexionan sobre la práctica (sea propia y ajena).

1.2. Conclusiones relacionadas con el objetivo general 2

En el segundo objetivo general nos propusimos *investigar el desarrollo de la competencia reflexiva de una formadora de futuros profesores de matemática (y también la de sus estudiantes) que participa en un dispositivo de formación cuyo foco es el diseño e implementación de un ciclo formativo para desarrollar la competencia reflexiva de sus estudiantes*. Para alcanzar este objetivo general se propusieron cuatro objetivos específicos. El primero buscaba *describir, diseñar e implementar un dispositivo de formación para desarrollar la competencia reflexiva en una profesora*. El segundo pretendía *analizar la implementación del ciclo formativo diseñado por la profesora luego de recibir una formación*. Con el tercero se buscaba *evaluar el grado de desarrollo de la competencia reflexiva que logran los estudiantes con el ciclo formativo* y, el cuarto y último objetivo específico, *Analizar el rediseño del ciclo formativo*. A partir de esto y con la información analizada, se puede concluir que:

- Después de describir con detalles la formación recibida por la profesora podemos ver que se ha subsanado una de las carencias observadas en la fase 1: falta de un marco de referencia para diseñar y rediseñar tareas que permita, a su

vez, desarrollar y evaluar la competencia reflexiva en los futuros profesores. En concreto, la profesora aprendió herramientas para el análisis didáctico de episodios de aula, entre ellas, los criterios de idoneidad didáctica. Además, tenemos evidencias del progreso de este aprendizaje, ya que la profesora utiliza, primero, estas herramientas para enseñárselas a sus estudiantes durante la implementación del ciclo formativo y, después, las utiliza para valorar la calidad del proceso de enseñanza y aprendizaje que ella implementó y, por último, las vuelve a utilizar para realizar el rediseño del ciclo formativo.

- Como hemos dicho anteriormente, la formación de la profesora incidió en el ciclo formativo, ya que parte de los contenidos que ella había aprendido se los enseñó a sus estudiantes. Otro aspecto en el que incidió la formación recibida, fue que la profesora aprendió que una de las características del objeto matemático, que debe ser enseñada y aprendida, es su complejidad. Esto se puede observar en el diseño y la implementación del mapa conceptual que ella elaboró para explicar la complejidad del objeto matemático proporcionalidad.
- Por otra parte, podemos inferir que la formación de la profesora tuvo una limitación importante, ya que se planificó trabajar a través de un portafolio, suponiendo implícitamente que la profesora tenía la formación y experiencia necesaria para guiar un proceso de enseñanza y aprendizaje a través de este recurso, dado que había manifestado haberlo utilizado en otras ocasiones. Si bien la profesora manifestó que conocía el trabajo por portafolio, al finalizar el ciclo formativo (con las entrevistas a los estudiantes y a la profesora) se pudo observar que habría sido necesario una formación más específica, antes de iniciar el ciclo formativo, respecto al uso de dicho recurso.

- Después de triangular la información obtenida con la información del portafolio y las entrevistas realizada tanto a la profesora como a los estudiantes, se pudo concluir que la implementación del ciclo formativo (diseñado e implementado) para el desarrollo y evaluación de la competencia reflexiva es una mejora respecto a lo que se hacía antes en la institución investigada. Ahora bien, hay aspectos del ciclo formativo que se pueden mejorar en un rediseño para una posterior implementación. En efecto, si hacemos una valoración teniendo en cuenta los criterios de idoneidad didáctica, tenemos que, en el ámbito epistémico, hay una mejora clara ya que se enseñó a los estudiantes la pauta de los componentes y descriptores de los criterios de idoneidad didáctica, ahora bien, no se trabajó a fondo lo que implicaban cada uno de estos componentes, no se presentaron ejemplos para cada uno de estos componentes, etc. En este sentido es muy significativo lo que ocurrió con el componente de complejidad del objeto matemático. Sin bien, en la planificación se consideró muy importante trabajar con los estudiantes la complejidad del objeto matemático proporcionalidad, en la implementación, dicho tratamiento quedó limitado a la presentación de un mapa conceptual sobre la proporcionalidad diseñado por la profesora, dedicándose poco tiempo a su estudio y análisis en el transcurso de las sesiones.

En el ámbito cognitivo, en el análisis del portafolio se observó que el grupo 1 consiguió un ligero aprendizaje, ya que los estudiantes pasaron de estar en un nivel 1 de competencia reflexiva a un nivel de transición (entre el nivel 1 y el nivel 2). Ahora bien, la evaluación formativa hubiese podido mejorar el nivel de este aprendizaje, pero hubo limitaciones importantes en esta aspecto, ya que no existió claridad respecto a los indicadores que la profesora utilizó a la hora de

calificar el trabajo del portafolio. Solo se pudo observar (en la portada del portafolio analizado) que la profesora asignó unas puntuaciones a la portada del trabajo, a la introducción y a cada uno de las siete tareas, sin embargo, no existe claridad respecto a lo que ella esperaba en cada uno de estos aspectos y, según la información recogida en las entrevistas, dicha información tampoco se aclaró en el momento de entregar la calificación.

En el ámbito interaccional, tanto la interacción profesora-alumnos como la de los alumnos entre sí, no estuvo lo suficientemente bien gestionada para permitir un desarrollo importante de la competencia reflexiva. En particular, las interacciones presentes en las sesiones de retroalimentación no ayudaron a facilitar el desarrollo de las tareas que se solicitaban en el portafolio.

En el ámbito emocional, si bien los estudiantes se sentían motivados al inicio del ciclo formativo debido a que el trabajo pretendido se relacionaba con los intereses que estos manifestaron en la fase 1 de la investigación (reflexionar sobre la práctica propia y ajena, recibir pautas que les permita reflexionar, etc.), la falta de claridad en la evaluación en conjunto con las dificultades en la interacción, provocó que los estudiantes perdieran paulatinamente el interés, la implicación en las actividades y la perseverancia.

Finalmente, en el ámbito mediacional se pueden observar dos cosas. Por una parte, todos los participantes manifestaron que faltó tiempo para abordar con profundidad las tareas solicitadas y, por otra parte, no se dedicó suficiente tiempo a algunos de los aspectos más importantes, como por ejemplo, a la explicación del mapa conceptual. Además, el tiempo dedicado en tres de las cuatro sesiones de retroalimentación se desaprovechó debido, como se ha explicado antes, a que la gestión no fue la adecuada.

Respecto a dimensión ecológica, la valoración es bastante positiva ya que el ciclo formativo presentaba una innovación didáctica basada en la investigación en Educación Matemática (con relación a la enseñanza habitual de la institución); además, los contenidos eran útiles para la inserción laboral de los futuros profesores y, por otra parte, estos estaban adaptados tanto al currículum del Ministerio de Educación como al currículum de la propia institución, los cuales contemplan el desarrollo y evaluación de la competencia reflexiva.

En la valoración del ciclo formativo se pone de manifiesto un aspecto muy importante, que corresponde al equilibrio que se debe conseguir entre los diferentes criterios de idoneidad didáctica. En el caso estudiado, se diseñó un ciclo formativo con la voluntad de mejorar la idoneidad epistémica, pero la mejora que a priori podría presentar el ciclo formativo, queda mermada, sobre todo, por la baja idoneidad interaccional y emocional.

- Como parte del proceso formativo de la profesora ésta debía realizar una autovaloración utilizando los criterios de idoneidad didáctica, la cual debería ser coherente con las valoraciones del ciclo formativo comentadas en el punto anterior. Sin embargo, si bien la valoración de la profesora coincidió con la valoración negativa de la idoneidad emocional, no fue tan categórica a la hora de valorar la idoneidad interaccional. Esta valoración autocomplaciente o poco rigurosa por parte de la profesora, pone de manifiesto un aspecto fundamental para que los criterios de idoneidad didáctica puedan ser operativos en la formación de profesores, que no es otro que generar espacios de triangulación para poder contrastar las valoraciones. En un curso de formación inicial de profesores, esta triangulación se puede conseguir con el rol que juega el profesor

formador, ya que éste puede contrastar las valoraciones que hacen sus alumnos con sus propias valoraciones.

- Se estableció un espacio de triangulación entre la profesora y la investigadora que permitió contrastar sus valoraciones. Como consecuencia de esta triangulación la profesora asumió que había sido benevolente a la hora de valorar la idoneidad interaccional. Esto permitió planificar las mejoras en el rediseño del ciclo formativo.
- A la hora de pensar en el rediseño, tanto los estudiantes como la profesora consideraron que las facetas que menos necesitaban modificaciones eran, primero la ecológica y, en segundo lugar, la epistémica, dado que hubo consenso (incluso entre los alumnos que no entregaron el portafolio) en que los criterios de idoneidad son útiles para desarrollar la competencia reflexiva. Donde sí señalaron que debían haber mejoras era en las facetas emocional e interaccional.

Algunas de las conclusiones señaladas en este apartado nos permiten corroborar la segunda premisa de investigación: *“los criterios de idoneidad (con sus componentes y descriptores) propuestos en el modelo de análisis didáctico que propone el EOS son útiles para el desarrollo de dicha competencia”*, pero con algunas matizaciones. La primera es que los criterios de idoneidad pueden ser útiles si su enseñanza se realiza dentro de un ciclo formativo con un buen nivel de idoneidad didáctica. Es decir, en un ciclo formativo donde haya un equilibrio entre los diferentes criterios de idoneidad. La segunda matización es que en el ciclo formativo en donde se enseñan los criterios de idoneidad existan espacios en que los estudiantes puedan triangular sus valoraciones con las valoraciones de los otros estudiantes y, sobre todo, con las del profesor.

Otras conclusiones nos permiten corroborar nuestra tercera premisa de investigación: *la profesora participante en el estudio de caso, con una formación adecuada, puede llegar a alcanzar un nivel de desarrollo de su competencia reflexiva que le permita, desarrollar y evaluar (en el futuro), dicha competencia en sus estudiantes.* Respecto a esto, consideramos que la formación que ha recibido la profesora, la cual consistió en las siguientes fases:

- 1) Formación inicial sobre análisis didáctico de episodios de clases, en particular, sobre los criterios de idoneidad didáctica.
- 2) Asesoramiento a la profesora en la transposición de algunos contenidos (presentes en la formación inicial, particular, los criterios de idoneidad didáctica) al diseño de un ciclo formativo para desarrollar y evaluar la competencia reflexiva en sus estudiantes.
- 3) Aplicación de los criterios de idoneidad para valorar el ciclo implementado por la profesora.
- 4) Triangulación de la valoración de la idoneidad didáctica realizada por la profesora con la valoración de la idoneidad didáctica realizada por la investigadora.
- 5) Rediseño del ciclo formativo teniendo en cuenta los criterios de idoneidad para mejorar aquellos criterios que han tenido menor valoración.

Permitió que la profesora alcanzara un progreso en su competencia reflexiva. Por otra parte, dado que en esta investigación hemos constatado que el proceso de diseño e implementación de una secuencia de tareas profesionales realizadas por la profesora, influye en el desarrollo su competencia reflexiva, queremos resaltar que dicha

formación puede ser útil para diseñar, en contextos institucionales de formación permanente, una secuencia de tareas en la formación de formadores de futuros profesores, que permita evaluar y desarrollar la competencia reflexiva tanto en los formadores como en los futuros profesores.

El progreso de la competencia reflexiva de la profesora se constata en la incorporación de herramientas teóricas (específicamente, los criterios de idoneidad didáctica) para la valoración del proceso de enseñanza y aprendizaje implementado. Sin embargo, para determinar el nivel de competencia que ésta ha conseguido, es necesario analizar en detalle la implementación del rediseño de ciclo formativo.

2. LIMITACIONES DE LA INVESTIGACIÓN

Una de las limitaciones que presenta esta investigación tiene que ver con la distancia geográfica entre la investigadora y la profesora participante del caso, lo que imposibilitó realizar una observación directa en las clases donde se trabajaba con el portafolio. Esto se intentó compensar a través de video grabaciones, sin embargo, los estudiantes no estuvieron dispuestos a ser filmados aludiendo que esto les desconcentraría.

Además, respecto a los datos analizados en la fase 3 de la investigación, es necesario advertir que la información no ha podido ser contrastada con todos los participantes de la investigación. Si bien en las entrevistas se contó con la participación de dos estudiantes que entregaron el portafolio, dos que no lo entregaron y la profesora (lo que permitió recoger diversas opiniones), se esperaba contar con las declaraciones de todos los estudiantes involucrados, sin embargo, la mayoría de ellos no estuvieron dispuestos

a ser entrevistados, ofreciendo disculpas y mostrándose decepcionados del trabajo realizado por su grupo.

Por otra parte, si bien la formación de la profesora nos ha permitido observar un progreso en su competencia reflexiva, para determinar su nivel de competencia era necesario analizar la implementación del rediseño. Sin embargo, esto no fue posible debido a que en el segundo semestre del año 2015 la profesora participante no realizó docencia en ninguna de las asignaturas de la carrera de Pedagogía en Educación Básica con Mención en Matemática.

3. POSIBLES AMPLIACIONES

La competencia reflexiva de los futuros profesores de matemática en educación básica debe ser desarrollada y evaluada por los formadores de profesores, los cuales, a su vez, también deben tenerla desarrollada. En esta investigación, describimos el desarrollo de la competencia reflexiva mediante un proceso de formación dirigido a una formadora de futuros profesores. El dispositivo de formación consistió en realizar una formación a la profesora que le permitiera diseñar una secuencia de tareas (ciclo formativo) para el desarrollo de dicha competencia en sus alumnos. Considerando esto, y las conclusiones a las que hemos llegado, vemos que una posible manera de ampliar nuestra investigación sería transponer este dispositivo de formación a cursos de formación permanente para formadores de futuros profesores de básica de matemática, que sean organizados institucionalmente (por universidades, administraciones, etc.). Se trataría de investigar (en el contexto de diseño, la implementación y rediseño de un curso de formación, dirigido a futuros profesores de básica de matemática) cómo el proceso de

diseño e implementación de una secuencia de tareas profesionales realizadas por los asistentes influye en el desarrollo de la competencia reflexiva. Dicho desarrollo se constataría, entre otros indicadores, cuando los formadores de futuros profesores incorporen y usen adecuadamente herramientas teóricas (en particular, criterios de idoneidad didáctica) para la descripción, explicación, valoración y mejora del proceso de enseñanza dirigido a los futuros profesores.

4. DIFUSIÓN DE LOS RESULTADOS

Del presente trabajo de investigación se han derivado las siguientes publicaciones en revistas, actas de congresos y presentaciones a congresos.

Artículos

- Seckel, M. J. & Font, V. (2015). Competencia de reflexión en la formación inicial de profesores de matemática en Chile. *Praxis Educativa*, 11(19), 55-75.

Actas de congresos

- Seckel, M. J.; Breda, A.; Font, V. & Sala, G. (2015). Conceptualización de competencia reflexiva y dificultades en su desarrollo. (En prensa). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Vol 29 (en prensa). México, D. F.: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.

-
- Seckel, M. J. & Font, V. (2015). Competencia de análisis didáctico en la formación inicial de profesores de matemática de Chile. *Actas de la XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática* (en prensa).

Comunicaciones presentadas a congresos con actas pendientes de publicación

- Seckel, M. J.; Breda, A.; Font, V. & Sala, G. (2014). Conceptualización de competencia reflexiva y dificultades en su desarrollo. Comunicación presentada a la *29 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*. Julio de 2014, Barranquilla, Colombia.
- Seckel, M. J. & Font, V. (2015). Competencia de análisis didáctico en la formación inicial de profesores de matemática de Chile. Comunicación presentada a la *XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática*. Mayo de 2015, Tuxla Gutiérrez, México.

REFERENCIAS

- Álvarez, C., y San Fabián, J.L. (2012). La elección del estudio de caso en la investigación educativa. *Gazeta de Antropología*, 28(1), 1-12.
- Assaél, J., y Pavez, J. (2008). La construcción e implementación del sistema de evaluación del desempeño docente chileno: principales tensiones y desafíos. *Revista Iberoamericana de evaluación educativa*, 1 (2), 41-55.
- Ávalos, B. (2004). *Las instituciones formadoras de docentes y las claves para formar buenos docentes*. Santiago, Chile: Ministerio de Educación.
- Babcock, J., Babcock, P., Buhler, J.; Cady, J., Cogan, L., Houang, R.,... y Wight, K. (2010). *Breaking the Cycle: An International Comparison of U.S. Mathematics Teacher Preparation*. East Lansing, Michigan: Michigan State University.
- Badillo, E., Figueiras, L., Font, V., y Martínez, M. (2013). Visualización gráfica y análisis comparativo de la práctica matemática en el aula. *Enseñanza de las Ciencias*, 31(3), 207-225.
- Barberá, E. (2005). Calificar el aprendizaje mediante la evaluación por portafolios. *Perspectiva Educativa, formación de profesores*, 45, 70-84.
- Barragán, R. (2005). El portafolio, metodología de evaluación y aprendizaje de cara al nuevo espacio europeo de educación superior. Una experiencia práctica en la Universidad de Sevilla. *Revista Latinoamericana de Tecnología Educativa*, 4(1), 121-139.

- Beitone, P., Esquetini, C., González, J., Maletá, M., Siufi, G., y Wagenaar, R. (Eds.). (2007). Reflexiones y perspectivas de la Educación Superior en América Latina, en el Informe final Proyecto Tuning-América Latina. 2004-2007. Publicaciones Universidad de Deusto. Recuperado de: [file:///C:/Users/USER-PROFE3/Downloads/LIBRO_TUNING_AMERICA_LATINA_version_final_espagnol%20\(1\).pdf](file:///C:/Users/USER-PROFE3/Downloads/LIBRO_TUNING_AMERICA_LATINA_version_final_espagnol%20(1).pdf)
- Borasi R. (1986). On the Nature of Problems. *Educational Studies in Mathematics*, 17(2), 125-41.
- Bravo, A., y Fernández, J. (2000). La evaluación de competencias frente a los nuevos modelos de evaluación auténtica. *Psicothema*, 12(2), 95-99.
- Breda, A., Font, V., y Lima, V. M. R. (2015). A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 8(2),1-41.
- Brockbank, A., y McGill, I. (2002). *Aprendizaje reflexivo en la educación superior*. Madrid, España: Morata.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques*. Dordrecht, Holland: Kluwer.
- Campanario, J. M. (2002). ¿Cómo influye la motivación en el aprendizaje de las ciencias? *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 33, 121-140.
- Cano, E. (2005). *El portafolio del profesorado universitario. Un instrumento para la evaluación y para el desarrollo profesional*. Barcelona, España: Octaedro/ICE-UB.

- Cano, E. (2011). *Buenas prácticas en la evaluación de competencias. Cinco casos de educación superior*. Barcelona, España: Laertes.
- Cebrián, M. (2011). Supervisión con el portafolio y su impacto en las reflexiones de los estudiantes en el practicum. Estudio de caso. *Revista de Educación*, 354, 183-208.
- Cisternas, T. (2011). La investigación sobre formación docente em Chile. Territorios explorados e inexplorados. *Calidad de la educación*, 35, 131-164.
- Colen, M. T., Giné, N., y Imbernon, F. (2006). *La carpeta del aprendizaje del alumno universitario*. Barcelona, España: Octaedro-ICE.
- Comisión Nacional de Acreditación de Pregrado (2005). *Resumen Ejecutivo CNAP*. Recuperado de http://www.oei.es/pdfs/info_formacion_inicial_docente_chile.pdf
- Contreras, A., García, M., y Font, V. (2012). Análisis de un Proceso de Estudio sobre la Enseñanza del Límite de una Función. *Bolema*, 26(42B), 667-690.
- Cross, A. (2002). Elementos para el análisis del discurso de las clases. *Cultura y Educación*, 14(1), 81-97.
- Davis, B. (2008). Is 1 a prime number? developing teacher knowledge through concept study. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 14 (2), 86-91.
- De Castro, C. (2007). La evaluación de los métodos para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en la educación infantil. *Unión*, 11, 59-77.
- Delandshere, G., y Arens, S.A. (2003). Examining the quality of the evidence in preservice teacher portfolios. *Journal of Teacher Education*, 54(1), 57-73.

- Dewey, J. (1989). *Cómo pensamos: nueva exposición de la relación entre pensamiento y proceso educativo*. Barcelona, España: Paidós.
- Domingo, A. (2009). *La práctica reflexiva en la formación inicial de maestros/as. Evaluación de un modelo* (Tesis doctoral inédita). Universidad Internacional de Barcelona, Barcelona.
- Entwistle, N. (1988). *La comprensión del aprendizaje en el aula*. Madrid, España: Paidós.
- Farías, D., & Henríquez, C. (2014). El teorema de tales en la formación inicial de profesores de educación media: el tránsito entre los enfoques sintético y vectorial. En F. Oteiza (Ed.), *XVIII Jornadas de educación matemática* (pp. 363-363). Santiago: SOCHIEM.
- Farías, G., y Ramírez, M. (2010). Desarrollo de cualidades reflexivas de profesores en formación inicial a través de portafolios electrónicos. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 15(44), 141-162.
- Felmer, P. (2008). (Ed.). *Una ventana al mundo ¿cómo se forman los profesores de enseñanza básica para enseñar matemática?* Santiago, Chile: Academia nacional de ciencias.
- Fernández, A. (2010). La evaluación orientada al aprendizaje en un modelo de formación por competencias en la educación universitaria. *Revista de Docencia Universitaria*, 8(1), 11-34.
- Fernández, C., y Yoshida, M. (2004). *Lesson study: a Japanese approach to improving mathematics teaching and learning*. Mahwah, NJ: Erlbaum.

- Font, V. (2000) *Procediments per obtenir expressions simbòliques a partir de grafiques. Aplicacions a les derivades*. (Tesis doctoral inédita). Universitat de Barcelona.
- Font, V. (2007). Una perspectiva ontosemiótica sobre cuatro instrumentos de conocimiento que comparten un aire de familia: particular-general, representación, metáfora y contexto. *Educación Matemática*, 19, 2, 95-128.
- Font, V. (2008). Enseñanza de las matemáticas. Tendencias y perspectivas. En C. Gaita (Ed.), *III Coloquio Internacional sobre la Enseñanza de las Matemáticas* (pp. 21-62). Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Font, V. (2011). Competencias profesionales en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *Unión*, 26, 9-25.
- Font, V. (2014). *Pauta de análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática*. Documento no publicado. Departamento de Didáctica de las CCEE y la Matemática de la Universitat de Barcelona.
- Font, V., Bolite, J., y Acevedo, J. I. (2010). Metaphors in mathematics classrooms: analyzing the dynamic process of teaching and learning of graph functions. *Educational Studies in Mathematics*, 75(2), 131–152.
- Font, V., y Contreras, A. (2008). The problem of the particular and its relation to the general in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 69, 33-52.

- Font, V., y Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educação Matemática Pesquisa*, 8 (1), 67-98.
- Font, V., y Godino, J. D. (2011), Inicio a la investigación en la enseñanza de las matemáticas en secundaria y bachillerato. En J. M. Goñi (ed.), *Matemáticas: Investigación, innovación y buenas prácticas*. (pp. 9-55). Barcelona, España: Graó.
- Font, V., Godino, J. D., y Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82(1), 97–124.
- Font, V., Planas, N., y Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33(1), 89-105.
- Font, V., Rubio, N., Giménez, J., y Planas, N. (2009). Competencias profesionales en el máster de profesorado de secundaria. *UNO*, 51, 9-18.
- Giménez, J., Font, V., & Vanegas, Y. (2013) Designing professional tasks for didactical analysis as a research process. In C. Margolinas (Ed.). *Task design in mathematics education (581-590)*. Oxford: Proceedings of ICMI Study 22.
- Gleitman, L. R., Armstrong, S., y Gleitman, H. (1983). On doubting the concept “concept”. En E.K. Scholnick (Ed.), *New trends in conceptual representation: challenges to Piaget’s theory?* Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Goddijn, A., Kindt, M., y Reuter, W. (2004). *Geometry with applications and proof*. Utrecht, The Netherlands: Freudenthal Institute.

- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 22 (2/3), 237-284.
- Godino, J. D., y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3), 325-355.
- Godino, J. D., & Batanero, C. (2008). *Formación de profesores de matemáticas basada en la reflexión guiada sobre la práctica*. Trabajo presentado en VI Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, Puerto Montt, Chile. Resumen recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/eos/fprofesores_reflexion_guiada_22dic08.pdf
- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1), 127-135.
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V., y Wilhelmi, M. R. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, 27 (2), 221-252.
- Godino, J. D., Contreras, A., y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 26 (1), 39-88.
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. y Arrieche, M. (2009) ¿Alguien sabe qué es el número? *Unión*, 19, 34-46.
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R., y Castro, C. (2009). Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(1), 59–76.

Hill, H. C. (2010). *Mathematical Quality of Instruction (MQI)*. Learning Mathematics for Teaching. Universitat de Michigan (Documento no publicado).

Hill, H. C., Blunk, M. L., Charalambous, C. Y., Lewis, J. M., Phelps, G. C., Sleep, L., y Ball, D. L. (2008). Mathematical Knowledge for Teaching and the Mathematical Quality of Instruction: An Exploratory Study. *Cognition and Instruction*, 26 (4), 430-511.

Hirmas, C., y Cortés, I (Eds.). (2014). *Informe de seminario de formación práctica docente: vinculación entre el sistema universitario y el sistema escolar*. Recuperado de http://www.oei.cl/web/images/stories/Informe_Seminario_Formacion_docente.pdf

Ingvarson, L. J., Schwille, G., Rowley, M., Tatto, S., Senk, Y., & Peck, R. (2011) *National Policies and Regulatory Arrangements for the Mathematics Preparation of Future Teachers in Sixteen Countries*. Amsterdam, International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA).

INICIA (2009). Presentación de resultados evaluación diagnóstica inicia 2008. Recuperado de <http://www.mineduc.cl/usuarios/cpeip/File/resultados%20INICIA/Inicia2008.pdf>

Klenowski, V. (2005). *Desarrollo de portafolios para el aprendizaje y la evaluación*. Madrid, España: Narcea.

- Labra, P. (2011). *Construcción de conocimiento profesional docente: el caso de la formación en la práctica*. (Tesis doctoral inédita). Universidad Academia de Humanismo Cristiano, Santiago, Chile.
- Latorre, A. (2004). *La investigación-acción. Conocer y cambiar la práctica educativa*. (2 ed.). Barcelona, España: Graou.
- Ley, N° 18,962 (1990). Ley Orgánica Constitucional de Enseñanza (LOCE). Diario Oficial, 10. Chile.
- Marín, R., Arbesú, M.I., Guzmán, I. & Barón, V. (2012). El empleo del portafolio en la formación-evaluación de competencias docentes. *Voces y silencios: Revista latinoamericana de Educación*, 3 (1), 5-21.
- Mason, J. (2002). *Researching your own practice: the discipline of noticing*. London, England: Routledge-Falmer.
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education*. San Francisco, California: Jossey-Bass Publishers.
- Ministerio de Educación. (2003). *Marco para la buena enseñanza*. Recuperado de <http://www.docentemas.cl/docs/MBE2003.pdf>
- Ministerio de Educación. (2005). *Informe comisión sobre formación inicial docente*. Recuperado de http://www.oei.es/pdfs/info_formacion_inicial_docente_chile.pdf
- Ministerio de Educación. (2012a). *Estándares Orientadores para egresados de carreras de pedagogía en Educación Básica. Estándares pedagógicos y disciplinarios (2 ed.)*. Recuperado de <http://www.cpeip.cl/usuarios/cpeip/File/2012/librobasicaoakdos.pdf>

- Ministerio de Educación. (2012b). *Estándares Orientadores para carreras de educación parvularia. Estándares pedagógicos y disciplinarios*. Recuperado de <http://www.cpeip.cl/usuarios/cpeip/File/librostandaresvale/libroparvulariafinal.pdf>
- Ministerio de Educación (2015). ¿Cómo seré evaluado? Docentes más. Recuperado de http://www.docentemas.cl/docentes02_como.php
- Montecinos, C., Walker, H., Rittershausen, S., Nuñez, C., Contreras, I., y Solís, m. c. (2011). Defining content for field-based coursework: contrasting the perspectives of secondary preservice teachers and their teacher preparation curricula. *Teaching and teacher education*, 27, 278-288.
- National council of teachers of mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia: The Council.
- Nolan, A. (2008). Encouraging the reflection process in undergraduate teachers using guided reflection. *Australian Journal of Early Childhood*, 33 (1), 31-36.
- Organización para la cooperación y desarrollo económico. (2004). *Revisión de las políticas Nacionales de Educación: Chile*. Recuperado de http://www7.uc.cl/webpuc/piloto/pdf/informe_OECD.pdf
- Opazo, M., Sepúlveda, A., y Pérez, M. L, (2015). Estrategias de evaluación del aprendizaje en la universidad y tareas auténticas: percepción de los estudiantes. *Diálogos Educativos*, 15, 19-33.
- Ortiz, J.J., y Font, V. (2011). Significados personales de los futuros profesores de educación primaria sobre la media aritmética. *Educación Matemática*, 23(2), 91-109.

- Palm, T. (2008). Performance Assessment And Authentic Assessment: A conceptual analysis of the literatura. *Practical Assessment Research & Evaluation*, 13(4), 1-11.
- Peña, P., Escobar, D., Muñoz, P., Valenzuela, C. & Bautista, L. (2014). Habilidades matemáticas en profesores en formación: una experiencia en el proyecto del fondo de fortalecimiento de habilidades matemáticas UMCE. En F. Oteiza (Ed.), *XVIII Jornadas de educación matemática (pp. 205-212)*. Santiago: SOCHIEM.
- Pérez, M. (2014). Evaluación de competencia en base a portafolios. *Perspectiva educacional. Formación de profesores*, 53 (1), 19-35.
- Perrenoud, P. (2004). *Desarrollar la práctica reflexiva en el oficio de enseñar*. Barcelona, España: Graó.
- Pino-Fan, L., Godino, J. D. y Font, V. (2011). Faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático sobre la derivada. *Educação Matemática Pesquisa*, 13(1), 141-178.
- Pochulu, M. & Font, V. (2011). Análisis del funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa-RELIME*, 14 (3), 361-394.
- Pochulu, M., Font, V. & Rodríguez, M. (2015). Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de formadores de futuros profesores de matemática a través del diseño de tareas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa-RELIME* (en prensa).

- Ramos, A. B. y Font, V. (2006). Contesto e contestualizzazione nell'insegnamento e nell'apprendimento della matematica. Una prospettiva ontosemiotica. *La Matematica e la sua didattica*, 20 (4), 535-556.
- Ramos, A. B y Font, V. (2008). Criterios de idoneidad y valoración de cambios en el proceso de instrucción matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa-RELIME*, 11 (2), 233-265.
- Rivas, M. (2012). *Análisis epistémico y cognitivo de tareas de proporcionalidad en la formación de profesores de educación primaria*. (Tesis doctoral inédita). Universidad de Granada, España.
- Rodrigues, R. (2013). *El desarrollo de la práctica reflexiva sobre el quehacer docente, apoyada en el uso de un portafolio digital, en el marco de un programa de formación para académicos de la Universidad Centroamericana de Nicaragua*. (Tesis doctoral inédita). Universidad de Barcelona, Barcelona.
- Rojas, F. & Chandia, E. (2014). ¿Cómo perciben los estudiantes para profesor de matemática la coherencia institucional de sus formadores? En F. Oteiza (Ed.), *XVIII Jornadas de educación matemática* (pp. 44-48). Santiago: SOCHIEM.
- Rondero, C., y Font, V. (2015). Articulación de la complejidad matemática de la media aritmética. *Enseñanza de las Ciencias*, 33(2), 29-49.
- Rubio, N. (2012). *Competencia del profesorado en el análisis didáctico de prácticas, objetos y procesos matemáticos*. (Tesis doctoral inédita). Universitat de Barcelona.
- Ruiz, J.I. (2012). *Metodología de la investigación cualitativa* (5 ed.). Bilbao, España: Universidad de Deusto.

- Schön, D.A. (1987). *La formación de profesionales reflexivos. Hacia un nuevo diseño de la enseñanza y el aprendizaje de las profesionales*. Barcelona, España: Paidós.
- Schön, D. A. (1992). *La formación de profesionales reflexivos: hacia un nuevo diseño de la enseñanza y el aprendizaje en las profesiones*. Barcelona, España: Paidós.
- Seckel M. J. y Font V. (2015). Competencia de reflexión en la formación inicial de profesores de matemática en Chile. *Práxis educacional*, 19, 55-75.
- Seldin, P. (2004). *The teaching portfolio. A practical guide to improved performance and promotion/Tenure Decisions*. Boston, Massachusetts: Anker Publishing Company, Inc.
- Shulman, L. (1999). Portafolio del docente: una actividad teórica. En N. Lyons (Comp.), *El uso de portafolio. Propuestas para un nuevo profesionalismo docente* (pp. 45-62). Buenos Aires, Argentina: Amorrortu.
- Stake, R.E. (1994). Case studies. En K. Denzin, y Y-S. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research* (pp. 236-247) Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Stake, R.E. (2007). *Investigación con Estudios de Casos*. (4 Ed.). Madrid, España: Morata.
- Tillema, H. & Smith, K. (2007). Portfolio appraisal: In search of criteria. *Teaching and Teacher Education*, 23(4), 442-456.
- Ulloa, R. & Solar, H. (2013). Formación inicial para la enseñanza de la matemática en educación básica en Chile: estudio de dos casos sobre el uso de un recurso por

- formadores de profesores. En Rodríguez, E (Ed.), *VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*. (pp. 4435-4442). Montevideo: SEMUR.
- Varas, L., Felmer, P., Gálvez, G., Lewin, R., Martínez, C., Navarro, ..., Schwarze, G. (2008). Oportunidades de preparación para enseñar matemática de futuros profesores de educación general básica en Chile. *Calidad de la Educación*, 29, 66-88.
- Weinert, F. (2001). Concept of competence: A conceptual clarification. En D. Rychen y L. Salganik (Eds.), *Definition and selection key competencies* (pp.45-66). Gottingen, Germany: Hogrefe & Huber.
- Yackel, E., y Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477.
- Yin, R. K. (1994). *Case study research: Design and methods* (2nd ed.). Newbury Park, CA: Sage Publications.
- Zabala, J. (2005). *El espacio europeo de educación superior, un reto para la universidad. Competencias, tareas y evaluación, los ejes del currículum universitario*. Barcelona, España: Editorial Octaedro, S.L.
- Zabalza, M.A. (2003). *Competencias docentes del profesorado universitario: calidad y desarrollo profesional*. Madrid, España: Narcea.
- Zeichner, K. y Wray, S. (2001). The teaching portfolio in teacher education programs: What we know and what we need to know. *Teaching and Teacher Education*, 17(5), 613-621.

ANEXOS

ANEXO 1

CARTA DE COMPROMISO PARA LA REALIZACIÓN DE TRABAJO DE CAMPO

JOSÉ HERNÁN PARRA FICA, Director de Escuela en la carrera de Pedagogía General Básica con Mención de la Universidad Católica del Maule, sede Curicó, Chile.

MARÍA JOSÉ SECKEL SANTIS, Doctoranda del Programa "Formación del profesorado: Práctica educativa y comunicación" de la Universidad de Barcelona, España.

Por medio de este documento se comprometen a facilitar los procesos de trabajo de campo de la investigación titulada "*Competencia en análisis didáctico de procesos de instrucción en la formación inicial de profesores de educación básica con mención en matemática*", la cual se enmarca dentro del proyecto de investigación I+D EDU2012-32644 del Ministerio de Economía y Competitividad de España "DESARROLLO DE UN PROGRAMA POR COMPETENCIAS EN LA FORMACION INICIAL DE PROFESORES DE SECUNDARIA DE MATEMATICAS"

Y para que así conste, firman este documento las dos partes implicadas.



María José Seckel Santis
Doctoranda

10 de Junio de 2013

ANEXO 2

PROGRAMA

FACULTAD O INSTITUTO	: Facultad de Ciencias de la Educación
CARRERA	: Pedagogía en Educación General Básica Con Mención
CURSO	: Aplicaciones Didácticas y Metodológicas de la Proporcionalidad en el Segundo Ciclo de Enseñanza Básica
CRÉDITOS	: 18
CÓDIGO	: GBM423
REQUISITOS	: No tiene

I.- DESCRIPCIÓN O FUNDAMENTACIÓN DE LA ASIGNATURA:

El curso aborda como central la resolución de problemas del mundo real y de las ciencias, con el propósito de que los futuros profesores comprendan la importancia de la matemática para la descripción de diferentes fenómenos. Se apunta a que los estudiantes comprendan y reflexionen sobre el rol de la matemática en el mundo actual. Para ello, se trabajaran diferentes problemas tendientes a desarrollar capacidades de alto nivel para enfrentarse al segundo ciclo básico. Se abordan contenidos relevantes de los programas de estudio vigente, tales como las funciones lineales, funciones proporcionalidad directa e inversa y su presencia transversal en dichos programas, proporcionando instancias de reflexión pedagógica, intercambio de experiencias, diseño y elaboración de secuencias de aprendizaje en el tema de la proporcionalidad que incorpore modelos de enseñanza y de evaluación de tal manera de poner a prueba en los sistemas educativos y a partir de resultados prácticos tener una visión de la problemática en la enseñanza actual. Se pretende potenciar el trabajo cooperativo y la capacidad crítica de los alumnos, la utilización de recursos didácticos de modo que los contenidos muestren su sentido de "funcionalidad" y contribuyan a la pertinencia y significación de los aprendizajes matemáticos dando sentido a lo que aprenden al comprobar la utilidad que presenta la matemática en el mundo moderno y postmoderno.

II.- OBJETIVO GENERAL.

Potenciar la formación matemática de los futuros profesores de Educación General Básica, mediante la resolución de problemas que involucra las funciones de proporcionalidad directa e inversa y la modelización de situaciones, tendiente al desarrollo de capacidades de alto nivel que les permita enfrentarse al diseño, implementación y análisis de resultados de la experiencia de aula

III.- OBJETIVOS ESPECÍFICOS.

1. Valorización de la importancia de la matemática para modelizar situaciones de las diferentes áreas del conocimiento. Reconocer la aplicabilidad de las funciones en diferentes situaciones.
2. Comprensión y utilización de los conceptos y procesos matemáticos que están involucrados en el trabajo con funciones de proporcionalidad directa e inversa y manejo adecuado de las propiedades en la resolución de problemas con sus respectivas técnicas algorítmicas.
3. Análisis e integración de las funciones proporcionalidad directa e inversa, tanto desde el punto de vista analítico-algebraico como de la visualización y la aplicación de propiedades en la resolución de problemas del mundo real y de las distintas áreas del conocimiento.
4. Análisis de los diferentes métodos, modelos de enseñanza y de evaluación que se utilizan en el tema de las funciones. Reconocer aquellos que tienen una vertiente formadora en la educación básica y relacionarlos con los planteamientos de la reforma educativa.
5. Diseño de un dispositivo pedagógico y su implementación en el aula que incorpore las funciones proporcionalidad directa o inversa. Elaboración de instrumentos de evaluación para la regulación del trabajo de aula. Articulación de los contenidos y diseño de pautas para su evaluación.

IV.- CONTENIDOS

Unidad 0. Ecuaciones de primer grado. Resolución de problemas que involucran ecuaciones de primer grado.

Unidad 1. Funciones lineales. Noción de variable independiente y dependiente. Función afín y función proporcionalidad directa. Noción de pendiente. Noción de coeficiente de posición. Ecuación de la recta. Ecuación punto y pendiente. Magnitudes proporcionales. Variaciones proporcionales Constante de proporcionalidad. Resolución de problemas del mundo real y de las ciencias. Modelización de situaciones y procesos de modelización. Estimaciones. Ajuste de datos. Aproximación. Interpolación lineal.

Unidad 2: Proporciones. Criterios para comparar cantidades. Comparación por diferencia y cociente. Razón. Propiedades de la razón. Resolución de problemas. Cálculo de la cuarta proporcional. Componer y descomponer proporciones. Proporciones y sus aplicaciones en las áreas del saber y la vida cotidiana. Porcentaje y aplicaciones.

Unidad 3: Función proporcionalidad inversa. Magnitudes inversamente proporcionales. Resolución y análisis de problemas de proporcionalidad inversa. Modelización de situaciones que involucra la proporcionalidad inversa.

V.- METODOLOGÍA

La estrategia metodológica de clases será de tipo expositiva-participativa, donde se entregarán los elementos esenciales del contenido. El docente orientará la discusión en la resolución de problema de tal manera de guiar a los alumnos hacia procesos de organización de datos y restricciones, matematización de situaciones y comunicación matemática, desarrollando estrategias que permita a los estudiantes la articulación de los contenidos con las distintas áreas del conocimiento. Se realizarán trabajos de talleres utilizando como estrategia el trabajo de grupos basado en resolución de problemas y situaciones que permitan la discusión para la estructuración e integración del contenido matemático. Se realizarán talleres individuales de tal manera que les permita a los estudiantes autorregular conceptos y procesos matemáticos necesarios para su aplicación en las distintas áreas del conocimiento y de la vida real. Se realizarán trabajos de talleres computacionales dependiendo de la temática tratada, de tal manera de visualizar el comportamiento de diferentes representaciones gráficas, parámetros y propiedades. Los alumnos presentarán en cada taller un informe escrito que incorpore los elementos solicitados en las guías de trabajo. El docente regulará los obstáculos que manifiesten los alumnos en los conocimientos adquiridos mediante trabajos individuales que apunten a fortalecer las deficiencias en los ámbitos matemáticos, didácticos y pedagógicos. El docente orientará a los alumnos en el diseño de un proyecto que incorpora el dispositivo pedagógico para su puesta en práctica en el aula, finalizando con un informe escrito y una exposición oral de los principales resultados.

VI. EVALUACION

Para verificar las capacidades y competencias desarrolladas por los alumnos, se realizarán las siguientes evaluaciones. Trabajo de talleres y laboratorio: 20%

Esta evaluación tiene como propósito que los alumnos resultan problemas de los distintos ámbitos del conocimiento para reconocer la aplicabilidad de los conceptos y procesos matemáticos, atendiendo a la formación pedagógica para su enseñanza. Es una instancia importante para desarrollar habilidades de comunicación escrita, permite la organización conceptual de las ideas y potencia la autorregulación del conocimiento. Trabajo de Proyecto pedagógico: 40%

El diseño de un Proyecto pedagógico es una instancia muy importante en la formación de profesores, puesto que permite diseñar un dispositivo pedagógico articulando los contenidos, modelos de enseñanza y procesos evaluativos. La puesta en práctica en el aula y el análisis de los resultados potencia su formación, y permite la autorregulación de su conocimiento al detectar lagunas, aciertos y obstáculos que pueden ser superados para establecer mejoras. Además permite al profesor detectar las capacidades que se han desarrollado durante el proceso. Se presentan dos instancias: el informe escrito y la exposición oral. Transmitir oralmente las ideas desarrolladas permite al docente darse cuenta de lo que el alumno es capaz de hacer, además es una instancia de aprendizaje para los demás grupos. Ayuda al docente y al alumno detectar errores conceptuales, procedimentales y articulación de los conceptos, dominio del lenguaje técnico de la disciplina, vocabulario y utilización de recursos didácticos.

(3) Pruebas individuales escritas (2): 40%. Es una instancia de poner a prueba el conocimiento aprendido, permite verificar el dominio y manejo conceptual, procedimental y estrategias de resolución cuando son enfrentados al trabajo con problemas en situaciones similares a las desarrolladas en clase y talleres.

VII.- BIBLIOGRAFÍA

- ARAVENA, M. ; GIMÉNEZ, J. (2002). Evaluación de procesos de modelización polinómica mediante proyectos. Monografía modelización y matemáticas. Revista UNO. Didáctica de las Matemáticas. 31, 44-56.
- ARAVENA, M.; CAAMAÑO, C.& GIMÉNEZ, J. (2008). Modelos matemáticos a través de proyectos. Revista latinoamericana de Matemática Educativa. 11(1), 49-92. dirección electrónica: <http://www.clame.org.mx/relime.htm>
- CORBALÁN, F (1997). La matemática aplicada a la vida cotidiana Editorial Grao. Barcelona.
- ARAVENA, M. & CAAMAÑO, C. (2008). Method of resolution of problems based on the models of Japan and of Polya. An experience of classroom in chilean schools. <http://tsg.icme11.org/>
- COCKCROFT, W. H. (1985). Las matemáticas sí cuentan. Informe Cockcroft. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia, Servicio de Publicaciones.
- DUVAL, R. (2006). Quelle sémiotique pour l'analyse de l'activité et des productions mathématiques?. Relime, número especial, pp 45-81(<http://www.clame.org.mx/relime.htm>)
- DUVAL, R. (2002). Representation, vision and visualization: cognitive functions in mathematics thinking. Basic issues for learning. En F. Hitt (Ed). Representations and mathematics visualization, (pp. 311-335). North american Chapter of PME: Cinvestav-IPN.
- HITT, F. (1998). Visualización matemática, representaciones, nuevas tecnologías y curriculum. Educación Matemática 10, 23-45.
- JANVIER, C. (1987). Problems of representation in the teaching and learning of mathematics Hillsdale, New Jersey: Lawrence Earlbaum A. P. Kaput, J.J. (1988) representations, incriptions, description and learning: A kaleidoscope of windows. Journal of mathematics Behaviors, 17 (2), 266-281.
- POLYA, G. (1985). Cómo plantear y resolver problemas. Ed. Trillas, México.
- SWOKOWSKI, EARL Álgebra y Trigonometría con Geometría. Analítica. ED. Iberoamericana, México, 1988.

Observaciones Generales:

1. La asistencia a los talleres es de carácter obligatorio 100%.
2. El proyecto Pedagógico tiene carácter obligatorio para la aprobación del curso.
3. Todo alumno que faltase a dar dos pruebas se le aplicará el reglamento, quedando pendiente o reprobado según los antecedentes que presente el estudiante.
4. El porcentaje de asistencia a clases debe ser igual o superior a 75%, a menos que el estudiante tenga un problema ya sea de trabajo u otra índole que debe ser informado al profesor a comienzo de semestre, de lo contrario el profesora aplicará las reglas establecidas.
5. Todo alumno tendrá derecho a revisar sus pruebas, en el calendario que el profesor establezca, con el propósito de conocer los errores que cometió. La calificación que éste obtenga será definitiva, tendrá derecho a reclamar sólo en el caso que el profesor no hubiese corregido una pregunta o calculado mal su nota.
6. Cualquier problema que se presente en el curso, personal o grupal, debe ser conversado con el profesor, cuando se presenta, si éste no le diera solución, los estudiantes tendrán derecho a recurrir al Director de Escuela para que tome las medidas pertinentes. De lo contrario no tendrán derecho a ninguna queja o comentario una vez terminado el proceso.

ANEXO 3

PRIMERA ENTREVISTA CON LA PROFESORA

Guión de entrevista

¿Cuál es su formación académica?

¿Qué significa para ud. la formación basada en competencias?

¿Qué importancia le otorga al desarrollo de la competencia de reflexión en sus estudiantes?

¿Conoce marcos referenciales que le permiten guiar el desarrollo de dicha competencia en sus alumnos?

Como institución ¿Han tomado decisiones respecto a cómo quieren desarrollar esta competencia en los futuros profesores?

¿Cuál es el mejor escenario para potenciar esta competencia?

¿Qué tipo de tareas podrían ser útiles para desarrollar esta competencia?

¿Qué dificultades se presentan al momento de implementar actividades que pretendan desarrollar esta competencia?

ANEXO 4

GRUPO DE DISCUSIÓN CON LOS ESTUDIANTES

Guión de discusión

¿Qué es para UDS. ser un profesor reflexivo?

¿Qué actividades o tareas desarrolladas en tu periodo de formación te han permitido desarrollar esta competencia?

¿Cómo consideras que se desarrolla esta competencia en las diferentes asignaturas de la carrera?

¿Qué papel creen uds que juegan las prácticas en el desarrollo de esta competencia?

¿Qué papel creen que tiene el profesor guía en el desarrollo de esta competencia?

En los periodos de prácticas de observación ¿reciben alguna orientación para realizar la observación?

¿Ven alguna relación entre la competencia matemática y la competencia reflexiva de los profesores?

¿Qué situaciones vividas en las prácticas te llevan a tener momentos reflexivos?

¿Actividades consideran que son un aporte para desarrollar esta competencia?

ANEXO 5

Análisis didáctico matemático de episodios de clases de matemáticas

El episodio de estudio sucede en una clase de matemáticas con estudiantes de 15 y 16 años de edad (enseñanza obligatoria). La clase está localizada en una escuela secundaria de una gran área de la clase trabajadora de Barcelona, España. El profesor tiene muchos años de experiencia en la enseñanza, algunos de ellos en su actual escuela. En la clase hay 21 estudiantes de diferentes culturas, religiones y capacidades cognitivas, en cambio todos son de un nivel socioeconómico similar (bajo).

Nuestro episodio de 10 minutos sucede durante la segunda semana de clases al inicio del primer semestre del año escolar. Esta es la primera lección donde el profesor propone la dinámica de resolver un problema en pequeños grupos durante la clase entera. El problema es acerca de dos conocidos distritos, uno de los cuales es cercano a la ubicación de la escuela. (ver Figura 1). El año pasado, los estudiantes habían trabajado una unidad centrada en proporcionalidad. Así, se “supuso” que los estudiantes tenían las habilidades matemáticas requeridas para resolver la tarea.

Aquí tienes la población y el área de dos distritos en tu ciudad.

<i>Distrito 1 (N1)</i>	<i>Distrito 2 (N2)</i>
65 075 habitantes	190 030 habitantes
7 km ²	5 km ²

- (i) Discute en cuál de estos dos lugares las personas viven más espaciosamente.
- (ii) Encuentra cuánta gente debería trasladarse de un distrito a otro para vivir en ambos igual de espaciosamente.

Figura 1. Enunciado del problema.

El episodio se inicia cuando Alicia (A), Emilio (E) y Mateo (M), miembros de un grupo, le dicen al profesor que ellos no han hallado una solución común al problema propuesto. El episodio termina cuando el profesor cambia de explorar las ideas del grupo a intentar hacer que otros grupos participen.

ANEXO 6

Análisis didáctico matemático de episodios de clases de matemáticas

Tabla 1. Transcripción del episodio.

Representación escrita del discurso de la clase	Notas del investigador
	0 <i>Después de que los estudiantes han trabajado en pequeños grupos alrededor de 30 minutos, el profesor abre la discusión del grupo entero con uno de los grupos. Alicia hace una primera propuesta. Ella está sentada en la misma mesa con Mateo y Emilio.</i>
1 <i>A:</i> Este es un problema acerca de densidades porque los datos son acerca de densidades.	1 <i>Emilio mueve la cabeza en señal de desacuerdo pero luego se ríe mirando a Alicia.</i>
2 <i>T:</i> De acuerdo. (Le dice a Alicia que ella necesita explicarse mejor) [A Alicia]. Nosotros sabemos que tú sabes bastante, pero...	2 <i>El profesor no evalúa como correcto o errado. Él toma una actitud inquisitiva hacia lo que dice Alicia.</i>
3 <i>A:</i> En N1 la densidad es menor que en N2. Eso es todo.	3 <i>Ella no se muestra predispuesta a que le pregunten sobre su solución.</i>
4 <i>T:</i> Emilio dice no.	4 <i>El profesor pregunta indirectamente sobre las ideas de Alicia.</i>
5 <i>E:</i> ¡Yo no lo entiendo! Hay algo que falta.	5 <i>Emilio mira al profesor y luego al observador.</i>
6 <i>T:</i> [A Emilio] ¿Cómo lo has resuelto tú?	6 <i>El profesor está abierto a examinar diferentes soluciones.</i>
7 <i>E:</i> Es claro que aquí [N2] hay más personas y menos espacio. Yo he estado allí. Los pisos son muy pequeños.	7 <i>Emilio propone con entusiasmo un nuevo enfoque al problema. El propone considerar el contexto real.</i>
8 <i>T:</i> De acuerdo. Lo que tú dices está claro, pero entonces cómo respondes a la segunda pregunta.	8 <i>El profesor quiere crear un conflicto a Emilio.</i>
9 <i>E:</i> La segunda pregunta está mal	9 <i>Emilio responde inmediatamente.</i>
10 <i>T:</i> ¿Por qué?	10 <i>El profesor hace una pausa y luego pregunta por sus argumentos.</i>

<p>11 <i>E:</i> Yo no me mudaría solo, yo lo haría con toda mi familia.</p> <p>12 <i>T:</i> ¿A qué te refieres?</p> <p>13 <i>E:</i> Yo cambiaría la segunda pregunta.</p> <p>14 <i>T:</i> ¡No empieces de nuevo, Emilio! Tú sabes que los problemas son como son.</p> <p>15 <i>M:</i> A mí no me importa cambiar la pregunta, pero si tú la cambias, nosotros no practicaremos la matemática que el profesor quiere que nosotros practiquemos. Tú puedes hacer esto por ensayo y error, primero empieza con 50 000 personas.</p> <p>16 <i>A:</i> ¡Eso no es matemática!</p> <p>17 <i>E:</i> ¿Por qué esto no es Matemática?</p> <p>18 <i>T:</i> Mejor continuemos. Alicia, ¿cuál es tu opinión?</p> <p>19 <i>A:</i> Yo ya lo dije. Este es un problema de densidades.</p> <p>20 <i>T:</i> Tú sabes lo que estás diciendo, sino estás cansada ...</p> <p>21 <i>A:</i> ¿Voy a la pizarra?</p> <p>22 <i>T:</i> [El profesor mueve la cabeza]</p> <p>23 <i>A:</i> [En la pizarra] $\frac{65\ 075}{7} \rightarrow \frac{65\ 072}{7} = 9\ 296h / km^2 \text{ en N1}$ $\frac{190\ 030}{5} = 38\ 006h / km^2 \text{ en N2; } 9\ 296 < 38\ 006$</p> <p>24 <i>T:</i> De acuerdo. Nosotros necesitamos comparar los dos distritos. Estos números no significan nada si nosotros no los comparamos.</p> <p>25 <i>A:</i> Este número [9 296] es...</p> <p>26 <i>E:</i> Nosotros colocamos algunas personas aquí y algunas personas allí.</p> <p>27 <i>A:</i> ¡Déjame terminar! 9 296 es más pequeño que este número [38 006]. Esto significa que en N1 tú vives más espaciosamente.</p>	<p>11 <i>Emilio y el profesor ríen juntos.</i></p> <p>12 <i>El profesor deja de reír y muestra interés en lo que dice Emilio.</i></p> <p>13 <i>Alicia mueve la cabeza en señal de desacuerdo mientras sonríe a Mateo.</i></p> <p>14 <i>El profesor se niega inmediatamente a cambiar la segunda pregunta.</i></p> <p>15 <i>El profesor permite que Mateo piense en voz alta sin intervenir. Mateo hace un metareflexión sobre lo que ellos deben aprender. Él es consciente de la preocupación del profesor.</i></p> <p>16 <i>Alicia no parece muy interesada en el enfoque de Mateo.</i></p> <p>17 <i>Emilio parece muy interesado en obtener una respuesta.</i></p> <p>18 <i>El profesor cambia la dirección de la discusión y Emilio ya no pregunta más.</i></p> <p>19 <i>Alicia está muy seria. Ella escribe con letras mayúsculas la palabra densidad en su cuaderno.</i></p> <p>20 <i>El profesor reta a Alicia.</i></p> <p>21 <i>Alicia acepta el reto.</i></p> <p>22 <i>Emilio y mateo abren sus cuadernos y preparan sus lapiceros.</i></p> <p>23 <i>Los estudiantes de otros grupos empiezan diciendo que ellos están perdidos. El profesor les dice que mantengan la calma. Alicia hace una pausa. Ella mira a la cámara y luego al observador. Pocos minutos después ella añade las unidades a los números.</i></p> <p>24 <i>El profesor hace reflexionar a sus alumnos sobre los números de las densidades de los dos distritos</i></p> <p>25 <i>Emilio interrumpe a Alicia.</i></p> <p>26 <i>Emilio trata de completar lo que dice Alicia.</i></p> <p>27 <i>Alicia está muy segura y responde levantando la voz.</i></p>
---	--

<p>28 T: De acuerdo.</p> <p>29 A: Ahora veamos la ecuación. [En la pizarra]. $\frac{190\,030 - x}{5} = \frac{65\,072 + x}{7}; 38\,006 - \frac{x}{5} = 9\,296 + \frac{x}{7}; 38\,006 - 9\,296 = \frac{x}{5} + \frac{x}{7};$ $28,710 = \frac{12x}{35}; x = \frac{28\,710 \times 35}{12}; x = 83\,737,5 \rightarrow 83\,737 \text{ personas.}$</p> <p>30 T: Alicia, tienes que explicar lo que has hecho y por qué. 31 E: Yo no entiendo por qué ella cambia 65 075 por 65 072. 32 T: ¿Alicia? ¿Por qué sustituyes este número? 33 A: [Regresa a su sitio] Yo ya he explicado mi propuesta, ahora que lo expliquen ellos. 34 M: Yo no creo que necesitemos hacer una ecuación. ¿Por qué no probamos con diferentes números? ¿No necesitamos ser exactos aquí, no es cierto?</p> <p>35 T: Veamos de nuevo a la propuesta de Alicia. [A Emilio] ¿Aún quieres cambiar la segunda pregunta?</p> <p>36 E: Todos nosotros conocemos estos distritos, ¿no es raro lo que ella está haciendo? ¿Por qué nosotros tenemos que usar densidades y ecuaciones?</p> <p>37 M: [Al profesor] ¿Por qué ella ha movido tres personas de aquí [65 072]?</p> <p>38 T: Mateo, concentrémonos, olvídate ahora de las personas y sólo piensa en la fracción. ¿Es 65 075 un múltiplo de 7?</p> <p>39 M: No.</p> <p>40 T: ¡Esta es la cuestión! 65 072 es un múltiplo de 7 y 65 075 no lo es. Ahora podemos hacer una división exacta.</p> <p>41 M: ¡Pero esto no es acerca de múltiplos, es acerca de personas!</p>	<p><i>Ella no espera las reacciones de sus compañeros.</i></p> <p>28 <i>El profesor confirma los argumentos de Alicia.</i></p> <p>29 <i>Mientras tanto, Mateo y Emilio empiezan a murmurar acerca de los números escritos en la pizarra. Ellos los señalan y parecen estar un poco confundidos. El profesor no interviene durante el trabajo de Alicia en la pizarra.</i></p> <p>30 <i>El profesor muestra confianza en Alicia.</i> 31 <i>Emilio deja al grupo para buscar al profesor.</i> 32 <i>El profesor da a Alicia un rol de instructora.</i> 33 <i>Alicia no explica más su punto de vista.</i> 34 <i>Mateo explica pacientemente una vez más su propuesta. Él ahora establece sus ideas en forma de preguntas.</i> 35 <i>El grupo no llega a reflexionar sobre las ideas de Mateo porque el profesor cambia de nuevo la dirección de la discusión.</i> 36 <i>Emilio regresa a su sitio. Él mantiene su oposición a las ideas de Alicia.</i> 37 <i>Mateo, en lugar de oponerse, muestra una actitud de interrogación. El quiere entender.</i> 38 <i>El profesor llama la atención de Mateo sobre un tema concreto.</i> 39 <i>Mateo se sorprende con la pregunta del profesor.</i> 40 <i>El profesor levanta su calculadora y sugiere a los otros usarla para verificar las divisiones como si esto fuese decisivo.</i> 41 <i>Mateo lanza su lapicero en el aire y está dispuesto a lanzar su grabadora pero Emilio lo detiene. Esto</i></p>
---	--

42 E: En la última operación ella no mira los múltiplos ¿verdad?	<i>casi se convierte en una pelea.</i>
43 A: Esto no es importante.	42 <i>Él hace una pausa y luego habla con el profesor.</i>
44 T: ¿Ves cómo ella ha resuelto la ecuación?	43 <i>Alicia se apoya sobre la carpeta.</i>
45 M: Sí	44 <i>La pregunta de Emilio es tomada como una interrupción.</i>
46 T: Esto es importante.	45 <i>La respuesta de Mateo es lacónica.</i>
47 M: ¿Podemos dar una respuesta aproximada?	46 <i>El profesor habla de manera enérgica y a la vez pausada.</i>
48 A: Por favor, esto no es importante.	47 <i>Mateo hace otro esfuerzo mientras mira al observador.</i>
49 M: ¿Copiamos la ecuación?	48 <i>Alicia levanta la grabadora para asegurarse que su afirmación ha sido grabada.</i>
50 T: Ordenemos nuestras ideas primero. Necesitamos calcular las densidades y luego necesitamos que sean iguales. Esta es una propuesta. ¿Y vosotros qué [señalando a otro grupo]? ¿Cuál es vuestra solución?	49 <i>Mateo cambia repentinamente el modo de comunicación con el profesor.</i>
	50 <i>El episodio termina con un resumen. El ruido de los otros grupos perturba las palabras del profesor.</i>

ANEXO 7

Análisis didáctico matemático de transcripciones de clases de matemáticas Primer Nivel de análisis: Análisis de las Prácticas Matemáticas.

Las prácticas matemáticas son realizadas básicamente por Alicia, esta alumna resuelve el apartado (i) del problema aplicando el concepto de densidad y el procedimiento de comparación de densidades y el apartado (ii) planteando y resolviendo una ecuación. A petición del profesor dicha alumna contextualiza y da sentido a la solución hallada.

1. ¿Qué prácticas matemáticas realiza Emilio?

2. ¿Qué prácticas matemáticas realiza Mateo?

3. ¿Qué prácticas matemáticas realiza el profesor?

ANEXO 8

Análisis didáctico matemático de transcripciones de clases de matemáticas Segundo Nivel de análisis: Análisis de los objetos y los procesos matemáticos. Configuración epistémica

SITUACIONES PROBLEMA

Aquí tienes la población y el área de dos distritos en tu ciudad.

<i>Distrito 1 (N1)</i>	<i>Distrito 2 (N2)</i>
65 075 habitantes	190 030 habitantes
7 km ²	5 km ²

- (iii) Discute en cuál de estos dos lugares las personas viven más espaciosamente.
- (iv) Encuentra cuánta gente debería trasladarse de un distrito a otro para vivir en ambos espaciosamente.

LENGUAJE

Verbal:

Densidad (A), menor(A), ecuación (A), múltiplo (T), división (T),....

Simbólico:

Números naturales (P), fracciones (A), decimales (A), unidades de área (P) y de densidad(A), símbolos N1 y N2 (P), \rightarrow (A).....

CONCEPTOS

Densidad (A), mayor y menor(A), múltiplo (T), fracción (A), decimal (A), incógnita (A), ecuación (A), solución exacta de una ecuación (M), solución aproximada de un problema (M).

PROPOSICIONES

- Este es una problema acerca de densidades (A).
- En N1 la densidad es menor que en N2 (A).
- Aquí [N2] hay más personas y menos espacio (E).
-
-
-
-

PROCEDIMIENTOS.

1. Ensayo y error (M lo cita pero no lo aplica).
2. Dividir (A).
3. Redondeo de números (A).
4. Cálculo de densidades (A).
5. Comparación de números que representan densidades (A).
- 6.
- 7.
- 8.

ARGUMENTOS

(Alicia) Tesis 1: Este es un problema acerca de densidades.

Se usan los siguientes argumentos:

Argumento 1: En los problemas de densidades los datos son densidades.

Argumento 1: En este problema los datos son densidades.

(Emilio) Tesis 2: Aquí [N2] hay más personas y menos espacio.

Se usa el siguiente argumento (vivencial):

Argumento: Yo he estado allí. Los pisos son muy pequeños.

(Alicia) Tesis 3: En N1 la densidad es menor que en N2.

Se usan los siguientes argumentos:

Argumento 1: Se puede sustituir 65 075 por 65 072 (implícito: para que la división por 7 sea exacta).

Argumento 2: Dividiendo el número de habitantes por el número de km^2 se obtiene que la densidad en N1 es 9 296 h/ km^2 .

Argumento 3: Dividiendo el número de habitantes por el número de km^2 se obtiene que la densidad en N2 es 38 006 h/ km^2 .

Argumento 4: 9 296 es menor que 38 006.

(Alicia) Tesis 4: En N1 vives más espaciosamente.

Se usan los siguientes argumentos:

Argumento 1 (implícito) Si la densidad de un vecindario es menor que la de otro, eso quiere decir que en el de menor densidad "Tú vives más espaciosamente".

Argumento 2: En N1 la densidad es menor que en N2.

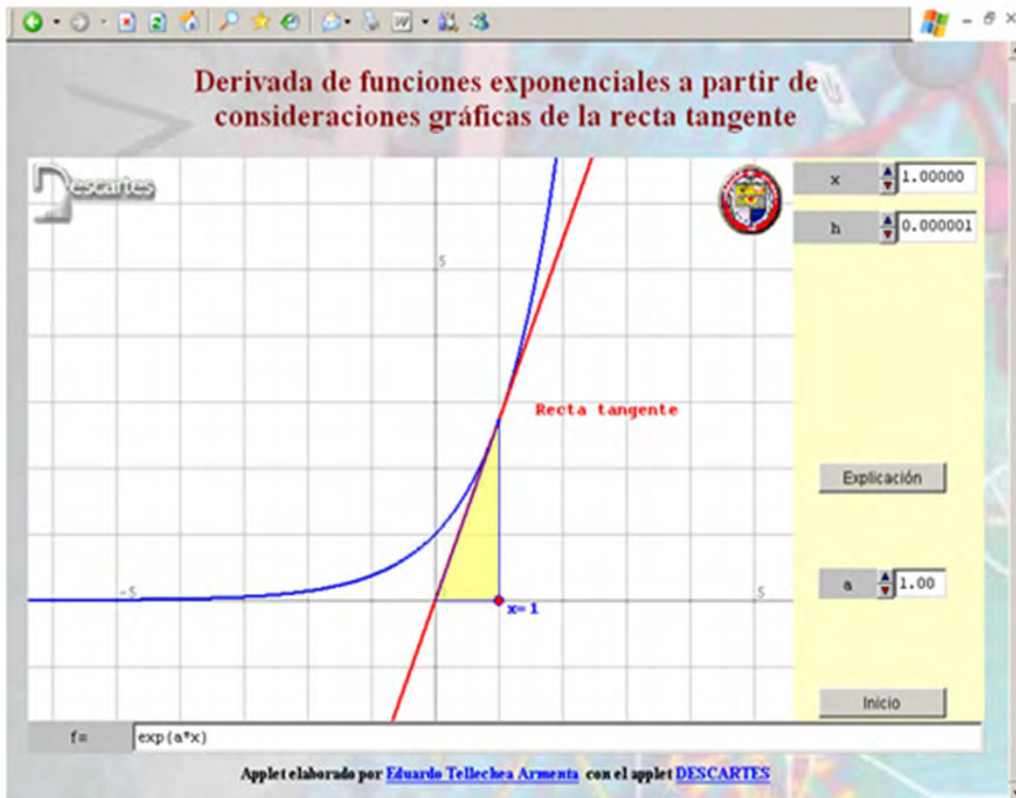
(Alicia) Tesis 4: Si se trasladan 83 737 vecinos de N2 a N1 los dos vecindarios tendrán la misma densidad (A).

Argumento: Planteamiento y resolución de una ecuación.

Completa los bloques referidos a las proposiciones y procedimientos de la configuración epistémica dada.

ANEXO 9

Applets



Cuestionario

En el aula de informática has observado que la función $f(x) = e^x$ cumple que todas sus subtangentes tienen una longitud igual a 1. Utilizando esta propiedad:

a) Calcula $f'(0)$, $f'(1)$ y $f'(2)$

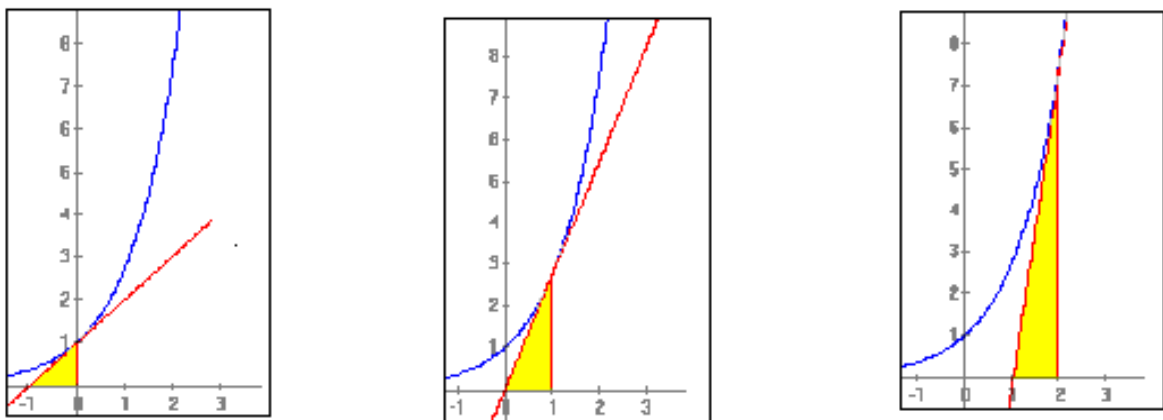


Figura 1

b) Calcula $f'(a)$

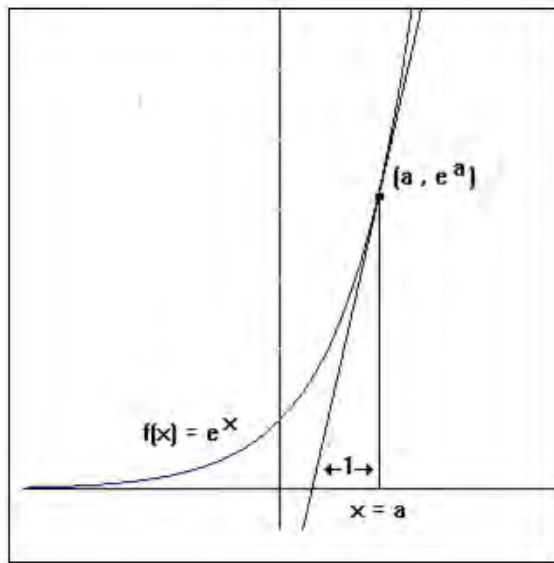


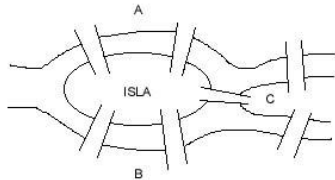
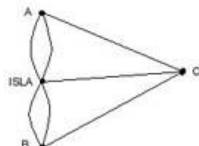
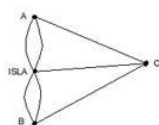
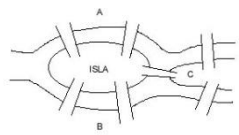
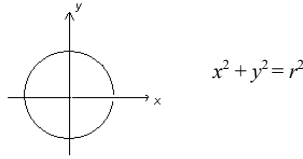
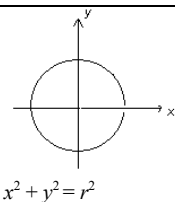
Figura 2


c) Demuestra que la función derivada de la función $f(x) = e^x$ es la función $f'(x) = e^x$.

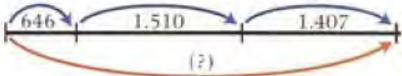
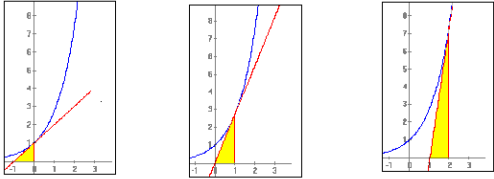
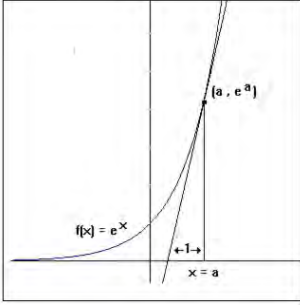
ANEXO 10

Ejemplos de procesos

Tarea: Para cada fila señale el proceso de la lista adjunta que explica el paso del punto de partida al punto de llegada

Punto de Partida	Procesos	Punto de llegada
<p>1) Puentes de Königsberg Dos islas en el río Pregel que cruza Königsberg se unen entre ellas y con la tierra firme mediante siete puentes. ¿Es posible dar un paseo empezando por una cualquiera de las cuatro partes de tierra firme, cruzando cada puente una sola vez y volviendo al punto de partida?</p> 	<p>????????????????????</p>	<p>El problema anterior se puede trasladar a la siguiente pregunta: ¿se puede recorrer el dibujo terminando en el punto de partida sin repetir las líneas?</p> 
<p>2) Idea de Grafo</p>	<p>Materialización / Representación externa</p>	 
<p>3)</p> 	<p>????????????????</p>	<p>Circunferencia con centro (0, 0) y radio r.</p>
<p>4) Circunferencia con centro (0, 0) y radio r.</p>	<p>????????????????</p>	
<p>5) El límite es el valor al cual se aproximan las tasas medias de variación $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ cuando $h \rightarrow 0$.</p>	<p>????????????????</p>	$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$
<p>6) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$</p>	<p>Desencapsulación / Descomposición / Análisis</p>	<p>Interpretamos el límite como el valor al cual se aproximan las tasas medias de variación $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ cuando</p>

		$h \rightarrow 0$, y después focalizamos nuestra atención en esta clase.
<p>7) En el desierto.</p> <p>En la figura de abajo, se muestra parte de un mapa de un desierto. Hay cinco pozos en esta región. Imagínate que estás con tu rebaño de ovejas en J, que estás muy sediento y solo llevas esta mapa contigo.</p>  <p>a) ¿A cuál de los pozos irías a tomar agua?</p> <p>No es difícil responder, por supuesto irías al pozo 2</p> <p>b) Señala otros dos lugares desde los cuales irías al pozo 2. Escógelos uno alejado del otro.</p> <p>c) Ahora, esboza una división del desierto en cinco partes; cada parte corresponde a uno de los pozos. Cada parte es el dominio alrededor de un pozo particular. Cualquier lugar en este dominio debe estar más cerca de este pozo que de los otros pozos.</p> <p>d) ¿Qué es lo que puedes hacer cuando estás exactamente sobre la frontera de dos diferentes dominios?</p> <p>e) ¿Los dominios de los pozos 1 y 5 son contiguos? 0: trata de encontrar un punto el cual esté a la misma distancia de los pozos 1 y 5 pero a mayor distancia de los demás pozos.</p> <p>f) En la realidad el desierto es mucho más grande de lo que es mostrado en este mapa. Si no hay otros pozos en todo el desierto que los cinco pozos mostrados, ¿los dominios de los pozos 3 y 4 están cerca (juntos)?</p> <p>g) La frontera entre los dominios de los pozos 2 y 3 corta al segmento de recta entre los pozos 2 y 3 exactamente en la mitad. ¿Algo similar se aplica a otras fronteras?</p> <p>h) ¿Qué clase de líneas son las fronteras? ¿Rectas o curvas?</p>	<p>Personalización / Construcción</p>	
<p>8) En este ejercicio se ha dividido un área de acuerdo al principio del Vecino más próximo (...)</p>	<p>Institucionalización</p>	
<p>9) En \mathbb{R}^n la distancia entre los puntos A_1 y A_2, cuyas coordenadas son (x_1, x_2, \dots, x_n) y (y_1, y_2, \dots, y_n), respectivamente, es</p> $d(A_1, A_2) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + \dots + (x_n - y_n)^2}$	<p>????????????????</p>	<p>En \mathbb{R}^n la distancia entre los puntos A_1 y A_2, cuyas coordenadas son x e y, respectivamente, es $d(A_1, A_2) = \sqrt{(x - y)^2}$</p> <p>En \mathbb{R}^2 la distancia entre los puntos A_1 y A_2, cuyas coordenadas son (x_1, x_2) y (y_1, y_2), respectivamente, es $d(A_1, A_2) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2}$</p>
<p>10) En \mathbb{R}, la distancia entre los puntos A_1 y A_2, cuyas coordenadas son x e y, respectivamente, es $d(A_1, A_2) = \sqrt{(x - y)^2}$</p> <p>En \mathbb{R}^2 la distancia entre los puntos A_1 y A_2, cuyas coordenadas son (x_1, x_2) y (y_1, y_2), respectivamente, es</p> $d(A_1, A_2) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2}$	<p>????????????????</p>	<p>En \mathbb{R}^n la distancia entre los puntos A_1 y A_2, cuyas coordenadas son (x_1, x_2, \dots, x_n) y (y_1, y_2, \dots, y_n), respectivamente, es $d(A_1, A_2) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + \dots + (x_n - y_n)^2}$</p>

<p>11) ¿Es cierto que si $x < y$, entonces $x^2 < y^2$? Justifica tu respuesta.</p>	<p>????????????</p>	<p>No es cierto, basta tomar $x = -5$ e $y = -2$</p>
<p>12) Calcula la derivada de la función: $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{3x - 4}$</p>	<p>Algoritmización</p>	$f(x) = \frac{(2x-3)(3x-4) - 3(x^2 - 3x + 2)}{(3x-4)^2}$
<p>13) (...) En los problemas anteriores has encontrado una relación entre los catetos y la hipotenusa de un triángulo rectángulo. ¿Cuál?</p>	<p>????????</p>	<p>La hipotenusa al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los catetos</p>
<p>14) La mediatriz de un segmento es la perpendicular que pasa por el punto medio de dicho segmento. ¿Halla una definición equivalente?</p>	<p>????????</p>	<p>Todos los puntos que están a igual distancia de los extremos del segmento</p>
<p>2 Escribe el enunciado de un problema que corresponda a este esquema:</p>  <p>• ¿Cuál es la solución?</p> <p>15)</p>	<p>Problematización</p>	<p>María ha podido ahorrar en los meses de abril, mayo y junio 646; 1.510 y 1.407 soles, respectivamente. ¿Cuánto ha ahorrado en total en estos tres meses? (solución: 3563)</p>
<p>16) Cuestionario</p> <p>En el aula de informática has observado que la función $f(x) = e^x$ cumple que todas sus subtangentes tienen una longitud igual a 1. Utilizando esta propiedad:</p> <p>a) Calcula $f'(0)$, $f'(1)$ y $f'(2)$</p>  <p>b) Calcula $f'(a)$</p>  <p>c) Demuestra que la función derivada de la función $f(x) = e^x$ es la función $f'(x) = e^x$.</p>	<p>Comunicación (Entiende y expresa)</p>	<p><i>Respuesta de Víctor al apartado c</i></p> <p>La función derivada de $f(x) = e^x$ es $f'(x) = e^x$ porque la derivada de una función en un punto es igual a la pendiente de la recta tangente en ese punto.</p> <p>La pendiente se consigue dividiendo $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$, en esta función $x_2 - x_1$ siempre da 1, y al dividir el aumento vertical, que es e^x por el aumento horizontal que es 1, nos da e^x</p>

ANEXO 11

Lista de procesos agrupados por aire de familia

Algoritmización / Mecanización / Práctica (en el sentido de repetición / Trabajo de la técnica /
Particularización /Ejemplificación Identificación / Distinción Aplicación / Contextualización Reconocimiento Detección
Generalización
Idealización / Esquematización / Abstracción
Materialización / Representación externa (gráfica, expresión simbólica, etc. Realizada en papel, pizarra, ordenador, etc.)
Representación interna
Significación/ Comprensión Interpretación
Reificación Unificación Encapsulación
Análisis Descomposición Desencapsulación
Personalización / Construcción
Institucionalización
Enunciación (expresar conjeturas, propiedades, dar definiciones, etc.)
Problematización
Argumentación Justificación Demostración Explicación
.....
MEGAPROCESOS
Procesos de conexión (Procesos de analogía Procesos metafóricos Procesos de comparación Procesos de relación, ...)
Resolución de problemas
Comunicación
Modelización

ANEXO 12

Análisis didáctico matemático de transcripciones de clases de matemáticas Cuarto Nivel de análisis: Identificación del sistema de normas y metanormas

¿Qué normas y metanormas han condicionado el proceso de instrucción?

En el episodio de clase dado, podemos observar algunas normas y metanormas que han condicionado el proceso de instrucción. Por ejemplo, "No basta dar la solución de un problema, hay que justificar que la solución es correcta" se mencionan en la transcripción en 2, 20, 24, 30.

Identifique en qué lugares de la transcripción aparecen las siguientes normas o metanormas

1. "En un problema contextualizado los signos matemáticos tienen una interpretación (hay que interpretar si la solución tiene sentido para el contexto inicial)".

2. "Los enunciados de los problemas no se pueden modificar"

3. "Una vez se ha descontextualizado el problema, hay una fase en la que tiene sentido trabajar con el modelo matemático con independencia del contexto inicial".
4. Hay cosas que son importantes en matemáticas (p. El ensayo y error no lo es y las ecuaciones si lo son)".

5. "Los problemas se pueden resolver por diferentes métodos (aunque algunos son más matemáticos que otros)".

¿Observa alguna otra norma o metanorma más? En caso afirmativo enúnciela e indique en que lugar de la transcripción se encuentra.

¿Cómo debe ser una (buena) clase de matemáticas?

PRIMERA PARTE
METÁFORAS PARA
CONCEPTUALIZAR AL BUEN
PROFESOR

Metáforas para entender al profesor
que imparte la clase

EL DOCENTE COMO ESTRATEGA, del pedagogo Carles Monereo Font



Monereo, C. *El docente como estratega* (Ed. Redipe, 2014)

Metáforas para entender al profesor
que imparte la clase

“ El profesor es.....

(ejemplo: el profesor es el director de orquesta)

Metáforas para entender al profesor
que imparte la clase

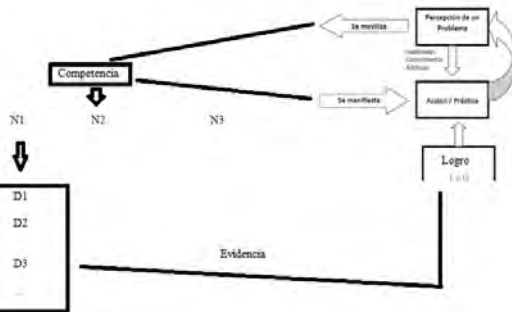
- El profesor es el director de orquesta
- El profesor es el que tiene el plan a seguir
- El profesor es el guía
- El profesor es un estratega
- **El profesor es un planificador**
- El profesor es un dramaturgo
- El profesor es un actor de teatro
- **El profesor es un actor de teatro (dramaturgo, etc. ...)**
- El profesor es un equilibrista
- El profesor es un malabarista
- **El profesor es un malabarista / equilibrista**
-

El profesor es un planificador



La clave para impartir una buena clase es una buena planificación
(y por supuesto también una buena implementación)

Planificación evaluación competencias



El profesor es un actor de teatro (dramaturgo, etc. ...)



Un ejemplo: Dan Meyer

- ~ blog de Dan Meyer: <http://blog.mrmeyer.com/>
- ~ [Una adaptación hecha por Andrea Richter y Sergi del Moral](#) (profesores de la UB)
 - . <http://www.sergidelmoral.net/3actes/piramide-de-monedas/>

El profesor es un malabarista /equilibrista

¿Calidad?

Perspectiva positivista
versus
Perspectiva consensual

~ Perspectiva positivista

Desde esta perspectiva la investigación realizada en el área de Didáctica de las Matemáticas nos dirá cuales son las causas que hay que modificar para conseguir los efectos considerados como objetivos a conseguir. .

~ Perspectiva consensual

~ Desde esta perspectiva, aquellos que nos dice como guiar la mejora de los PEAM ha de emanar del discurso argumentativo de la comunidad científica, cuando esta está orientado a conseguir un consenso sobre "aquello" que se puede considerar como mejor".

Perspectiva consensual:
Consensuar criterios de calidad (principios, etc.)

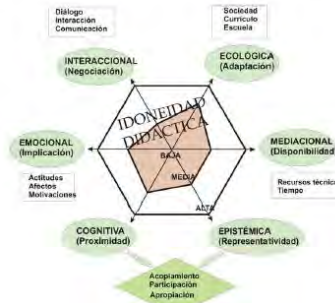
~ Los criterios de calidad son reglas de corrección útiles en dos momentos de los procesos de estudio matemáticos. *A priori*, los criterios de calidad son principios que orientan "como se tienen que hacer las cosas". *A posteriori*, los criterios sirven para valorar el proceso de estudio efectivamente implementado.

~ Ejemplo: Principios y estándares del NCTM

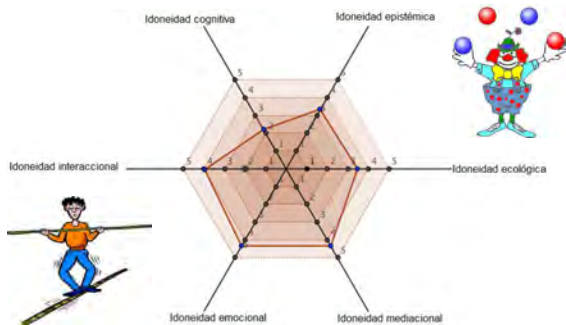
CRITERIOS DE IDONEIDAD (CALIDAD)

- 1) ¿He enseñado unas matemáticas de calidad?
(Idoneidad epistémica)
- 2) ¿Han aprendido los alumnos con las tareas propuestas?
(Idoneidad cognitiva)
- 3) ¿He utilizado los recursos temporales, materiales, TIC, etc. adecuados?
(Idoneidad de medios)
- 4) ¿Las tareas y su gestión promueven la implicación de los alumnos?
(Idoneidad emocional)
- 5) ¿He realizado una gestión adecuada de la interacción en la clase que ha permitido resolver las dificultades de los alumnos?
(Idoneidad interaccional)
- 6) ¿Los contenidos se corresponden con el currículum y son útiles para su inserción social y laboral?
(idoneidad ecológica)

Criterios de idoneidad



El profesor es un malabarista /equilibrista



SEGUNDA PARTE

DESCRIPTORES DE LOS CRITERIOS DE IDONEIDAD DIDÁCTICA

Los criterios y sus descriptores

- “ Los criterios necesitan unos descriptores que los hagan operativos.
- “ Todos estamos de acuerdo en que hay que impartir unas buenas matemáticas, pero podemos entender cosas muy diferentes por “buenas matemáticas”.
- “ Para algunos criterios, los descriptores son relativamente fáciles de consensuar (por ejemplo en criterio de idoneidad de los medios)

Los criterios y sus descriptores

3. **Idoneidad mediacional:** Grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.

COMPONENTES:	DESCRIPTORES:
Recursos materiales (Manipulativos, calculadoras, ordenadores)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Uso de materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al significado pretendido. ▪ Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones.
Número de alumnos, horario y condiciones del aula	<ul style="list-style-type: none"> ▪ El número y la distribución de los alumnos permite llevar a cabo la enseñanza pretendida. ▪ El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no se imparten todas las sesiones a última hora). El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido.
Tiempo (De enseñanza colectiva /tutorización, tiempo de aprendizaje)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Adecuación de los significados pretendidos /implementados al tiempo disponible (presencial y no presencial). ▪ Inversión del tiempo en los contenidos más importantes o nucleares del tema. ▪ Inversión del tiempo en los contenidos que presentan más dificultad.

Los criterios y sus descriptores

- “ Para otros criterios la cuestión no es tan fácil
- “ ¿Qué descriptores utilizar para valorar la calidad matemática de una clase?
- “ Cuestión previa: ¿Cómo describir las matemáticas de una clase?

TERCERA PARTE

¿Cómo describir las matemáticas implicadas en un proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas?

¿Cómo realizar el análisis de las matemáticas de episodios de aula?

- En una investigación sobre la problemática de la transición entre la etapa de primaria y la de secundaria, se observaron las clases del último curso de primaria y primero de secundaria de diferentes colegios e institutos durante todo un curso escolar y se procedió a seleccionar aquellos contenidos que estaban presentes en las dos etapas educativas.
- Uno de ellos era la geometría del triángulo y en particular la mediatriz.
- A continuación siguen episodios de la clase (cada uno de 5 minutos aproximadamente) de tres profesoras de primaria que mostraban modelos diferentes de gestión de la clase de matemáticas.
- Tarea: Para cada una de las tres grabaciones determina (si es posible):
 - Definición de la mediatriz,
 - Procedimiento de construcción de la mediatriz

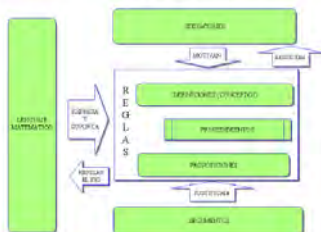
Tarea: Para cada una de las tres grabaciones determina (si es posible):

- Definición de la mediatriz,
- Procedimiento de construcción de la mediatriz

ASPECTOS EPISODIO	DEFINICIÓN	PROCEDIMIENTOS	OTROS ASPECTOS
1		PASO 1 PASO 2 ...	
2		PASO 1 PASO 2 ...	
3		PASO 1 PASO 2 ...	

Un análisis estático teniendo en cuenta los aspectos siguientes

- Problema (tareas), definición, proposiciones, notaciones, argumentos y procedimientos (que llamaremos objetos matemáticos)



MEDIATRIZ

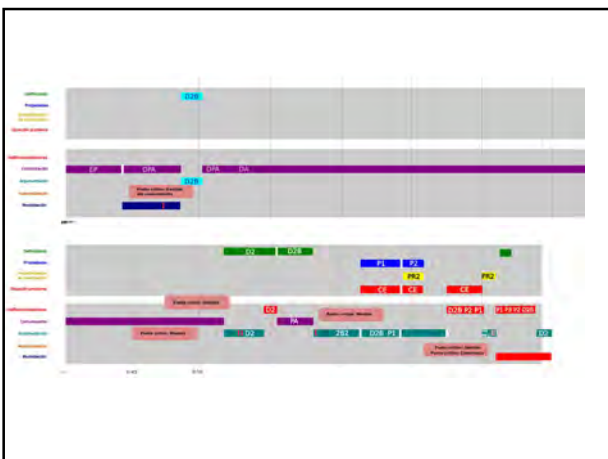
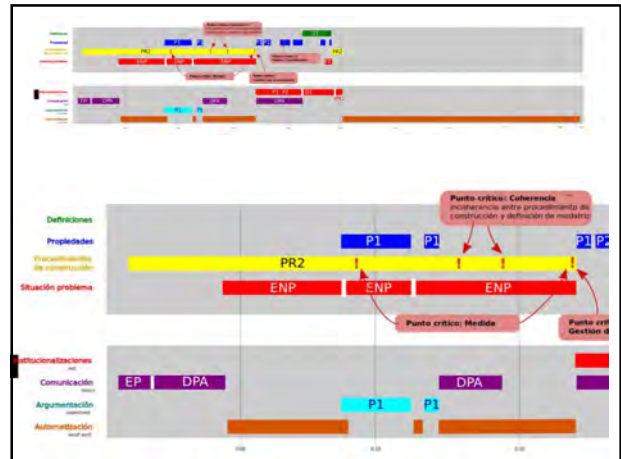
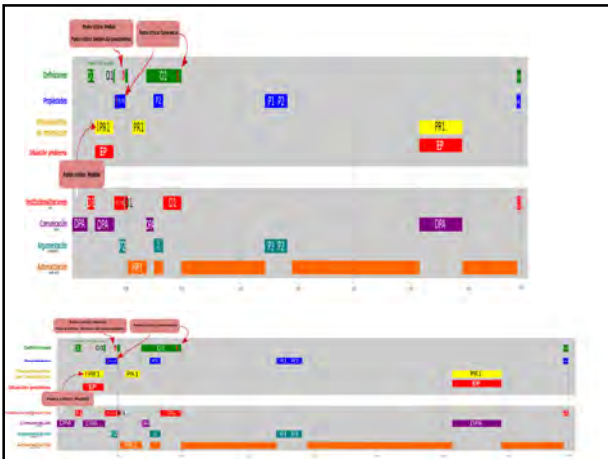


HERRAMIENTAS TEÓRICAS PARA ANALIZAR LA ACTIVIDAD MATEMÁTICA

- Problema (tarea), definición, propiedades, notaciones, procedimientos y argumentos.
- Procesos (argumentación, automatización, modelización, institucionalización.....)

INSTRUMENTO DE VISUALIZACIÓN (análisis dinámico)

- Instrumento de visualización que pueda dar cuenta de la complejidad matemática durante el desarrollo de una clase.
- Utilizar este instrumento para resaltar los elementos esenciales de la actividad matemática (definiciones, propiedades, procedimiento tareas, procesos) que el profesorado utiliza al aproximarse a la noción de mediatriz y dar cuenta de algunos aspectos del conocimiento matemático activado por el maestro participante en su práctica profesional de aula.
- Dar cuenta de las similitudes y las diferencias de la actividad matemática de diferentes profesores o profesoras que abordan un mismo contenido matemático, en el mismo año escolar y la misma institución.



- En este momento en el que hay una tendencia a organizar los currículos en términos de procesos y competencias, es especialmente útil disponer de instrumentos que permitan entre otros aspectos, evidenciar y hacer tangibles (aunque sea sólo en forma de gráfica) los procesos matemáticos que intervienen en la actividad matemática.
- De manera metafórica podemos decir que permiten materializar constructos que para los profesores se perciben como intangibles.

- “ Este instrumento permite visualizar los elementos comunes y las diferencias entre clases realizadas en una misma institución, año y nivel escolar cuando se enseña el mismo contenido matemático.
- “ Entre los elementos comunes de las tres clases destacamos, entre otros, la falta de uniformidad de la actividad matemática, la existencia de fases de acumulación y de puntos críticos, la focalización en un determinado proceso.
- “ Mientras que los aspectos diferentes son, entre otros, el momento temporal en el que se produce la fase de acumulación, los diferentes objetos primarios y procesos que intervienen en esta fase de acumulación, el tipo de proceso que se focaliza y el tipo de resolución del punto crítico.

- “ El análisis realizado permite: (1) caracterizar el contenido matemático (en términos de definiciones, procedimientos, proposiciones, argumentos, tareas y procesos matemáticos) que se ha puesto en juego en las clases y, (2) inferir las limitaciones y potencialidades del conocimiento de las profesoras para enfrentarse a la complejidad del objeto matemático mediatriz.
- “ Dichas limitaciones y potencialidades se manifiestan primero, en las diferencias evidenciadas en el diseño e implementación de sus clases respectivas y, segundo, en la manera como resuelven los puntos críticos que se observan.

- “ Por ejemplo, en el caso de P2, tenemos un nivel de errores e imprecisiones superior al observado en las otras dos profesoras que nos hace suponer su falta de conocimiento sobre los elementos básicos del objeto matemático mediatriz.
- “ En cambio en el caso de P1, podemos inferir que tiene un conocimiento de los elementos básicos del objeto matemático mediatriz pero que no tiene un conocimiento básico y robusto de la complejidad asociada a la mediatriz, que se manifiesta en esta falta de consistencia lógica de su discurso con relación a la validez de la medida para la demostración y la construcción geométrica.
- “ En el caso de P3, inferimos un conocimiento amplio de la complejidad del objeto matemático mediatriz que se muestra, sobre todo, en la propuesta didáctica que ha planteado y en la manera de resolver los puntos críticos. Este tipo de análisis consideramos que es una aportación relevante para investigadores interesados en el estudio del conocimiento matemático activado por los profesores en su práctica de aula.

CUARTA PARTE

DESCRITORES PARA EL CRITERIO DE IDONEIDAD MATEMÁTICA

Errores matemáticos significativos

- “ (...) se ha equivocado corrigiendo 2 de los ejercicios del examen (ahora ha de subir la nota de los alumnos que los tenían bien), uno de los errores era " $2 \cdot \sqrt{2} - \sqrt{2} = 1$ ", este lo ha visto él pero no estaba seguro de que estuviese mal, el otro se lo hemos tenido que decir una alumna y yo mismo...

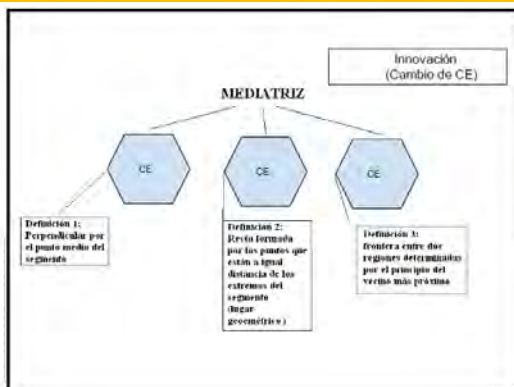
Riqueza de procesos

RIQUEZA DE PROCESOS

- *4 tiempos (tres movimientos y una pausa) -----> MAMBO
- * un paso lento y dos pasos rápidos -----> Bolero
- * La Salsa es un baile de 8 tiempos; el 4 y el 8 no se cuentan (tiempos mudos)

- 1) Comunicación (el alumno ha de entender estos matemáticos).
- 2) Manipulación/ Experimentación/ Exploración / Ensayo y error....
- 3) Formulación / Enunciación / Conjeturación /
- 4) Argumentación /Justificación / Demostración /Explicación....
- 5) Comunicación /Institucionalización (el alumno ha de matemáticos que se han de validar en el grupo clase) /

Matemáticas de referencia para la mediatriz



Representatividad

- Se refiere al grado de representatividad de las matemáticas enseñadas respecto de unas matemáticas de referencia.
- Hay que tener presente que esta "referencia" presenta las siguientes características:

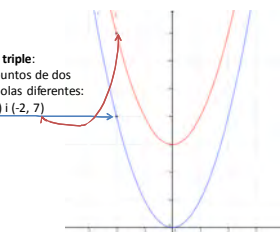
- Está distribuida, no reside ni en una sola persona ni sólo en una institución, ni en un único libro.
- Es holística, en el sentido de que se debe analizar, entre otros, desde los siguientes puntos de vista: histórico, epistemológico, curricular, etc.

Ambigüedades

Ejemplo

x	f(x)=x ²	f(x)=x ² +3
-2	4	7
-1	1	4
0	0	3
1	1	4
2	4	7

Tabla triple:
Dos puntos de dos parábolas diferentes:
(-2, 4) i (-2, 7)



... y además, representación de dos parábolas en un mismo eje de coordenadas

La dificultad aumenta cuando la explicación del libro de texto no es muy afortunada y tiene imprecisiones

Definición de la función derivada

Si $y = f(x)$ es una función con variable independiente x , la derivada de y con respecto a x está definida por:

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

En esta definición x permanece fijo, en tanto que Δx tiende a cero. Si el límite no existe para un valor particular x , la función no tiene derivada en ese valor.


Se acostumbra a denotar la derivada de la función $y = f(x)$, por: o' o $f'(x)$ o y' o $D_x(y)$ o $D_x f(x)$ o $f'(x)$. En nuestro texto usaremos: y' o $f'(x)$.

La metáfora:

Un elemento que hace el cuadro aún más complejo

METÁFORA

Previamente a la resolución del cuestionario que permite hallar la derivada de $f(x) = e^x$, los alumnos habían estado trabajando con la representación gráfica de la función $f(x) = e^x$ en un software dinámico que les permitió hallar una condición que cumplen todas las subtangentes (longitud igual a 1).

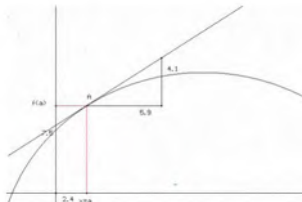


Este software dinámico estructura implícitamente las gráficas funcionales en términos de la metáfora siguiente:

"La gráfica de una función se puede considerar como la traza que deja un punto que se mueve sobre un camino (la gráfica)"


El uso de graficadores dinámicos tiene sus ventajas (permiten la abstracción reflexiva), pero también sus inconvenientes (generan procesos metafóricos no controlados).

Por ejemplo, en una situación de enseñanza-aprendizaje en la que alumnos de 17 años utilizaban software dinámico con el objetivo de ayudarles a entender que la recta tangente es la recta a la cual se aproximan las rectas secantes se observó que el hecho de que el profesor utilizara de manera inconsciente un discurso dinámico producía la siguiente dificultad en los alumnos:

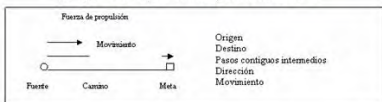


Esquema del camino

1) Experiencias corporales



2) Diagrama del esquema camino y su estructura interna

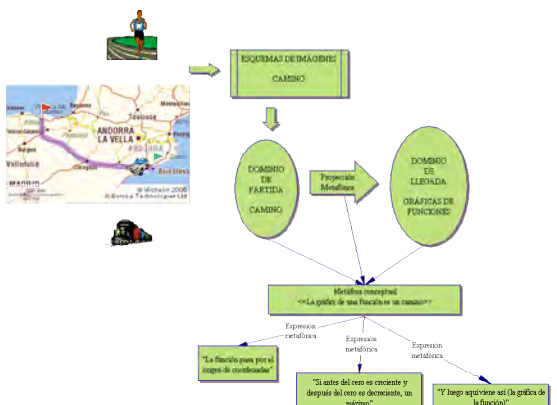


Estructura interna del esquema del camino

Movimiento explícito

Dominio de partida Camino	Dominio de llegada Gráficas de funciones
Una localización en el camino	Punto de la gráfica
Estar sobre el camino	La relación de pertenencia (ser un punto de la gráfica)
Origen del camino	Origen de la gráfica (por ejemplo, menos infinito)
Final del camino	Final de la gráfica (por ejemplo más infinito)
Estar fuera del camino	Puntos que no pertenecen a la gráfica

Tabla: "La gráfica es la traza que deja un punto que se mueve sobre un camino"



Metáfora conceptual
«La gráfica es una función en su trazado»

Expresión retórica: "La función pasa por el origen de coordenadas"

Expresión metafórica: "Si antes del caso se decrecaba, un nauca"

Expresión metalingüística: "¿Hecho equivocado así (la gráfica de la función)?"

1. Idoneidad epistémica: Grado de representatividad de los significados institucionales implementados o pretendidos (respecto de un significado de referencia) y de "riqueza" matemática

¿Valores si las matemáticas que se enseñan son unas "buenas matemáticas"?
¿Se han enseñado unas matemáticas de calidad?

COMPONENTES	DESCRPTORES
Errores	No se observan errores
Ambigüedades:	No se observan ambigüedades que puedan llevar a la confusión a los alumnos: definiciones y procedimientos clara y correctamente enunciados, adaptados al nivel educativo al que se dirigen; adecuación de las explicaciones, comprobaciones, demostraciones al nivel educativo a que se dirigen, uso controlado de metáforas, etc.
Riqueza de procesos	La secuencia de tareas contempla la realización de procesos relevantes en la actividad matemática (modelización, argumentación, resolución de problemas, conexiones, etc.)
Representatividad	Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar contemplada en el currículum Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar Para uno o varios significados parciales. Muestra representativa de problemas. Para uno o varios significados parciales, uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico...), tratamientos y conversiones entre los mismos.

Tabla 7 Componentes y descriptores de la idoneidad cognitiva

Componentes	Descriptores
Conocimientos previos (Componentes similares a la idoneidad sistemática)	<ul style="list-style-type: none"> Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio). Los significados pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes.
Adaptación curricular a las diferencias individuales	<ul style="list-style-type: none"> Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo.
Aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> Los diversos modos de evaluación muestran la apropiación de los conocimientos / competencias pretendidos o implementados.
Alta demanda cognitiva	<ul style="list-style-type: none"> Se activan procesos cognitivos superiores (generalización, conexiones intramatemáticas, cambios de representación, conjeturas, etc.) Promueve procesos metacognitivos.

Tabla 8 Componentes y descriptores de la idoneidad interaccional

Componentes	Descriptores
Intervención docente	<ul style="list-style-type: none"> El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, inicia los conceptos clave del tema, etc.) Se reexamina y resuelve los conflictos de significado de los alumnos (se interpretan correctamente los silencios de los alumnos, sus expresiones faciales, sus preguntas, se hace un juego de preguntas y respuestas adecuado, etc.) Se busca llegar a consensos con base al propio argumento. Se usan diversos recursos verbales y no verbales para implicar y captar la atención de los alumnos. Se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase y no la exclusión.
Interacción entre docentes	<ul style="list-style-type: none"> Se favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes. Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión.
Atención	<ul style="list-style-type: none"> Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (exploración, formulación y validación).
Evaluación formativa	<ul style="list-style-type: none"> Observación sistemática del progreso cognitivo de los alumnos.

Componentes y descriptores de la idoneidad implícional

Componentes	Descriptores
Recursos materiales (Manipulativos, calculadoras, computadores)	<ul style="list-style-type: none"> Uso de materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al significado pretendido. Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones.
Número de alumnos, horario y condiciones del aula	<ul style="list-style-type: none"> El número y la distribución de los alumnos permite llevar a cabo la enseñanza pretendida. El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no se ocupan todas las sesiones a última hora). El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido.
Tiempo (De enseñanza colectiva /rotación, tiempo de aprendizaje)	<ul style="list-style-type: none"> Adecuación de los significados pretendidos /implementados al tiempo disponible (presencial y no presencial). Inversión del tiempo en los contenidos más importantes o nucleares del tema. Inversión del tiempo en los contenidos que presentan más dificultad.

Componentes y descriptores de la idoneidad emocional

Componentes	Descriptores
Intereses y necesidades	<ul style="list-style-type: none"> Selección de tareas de interés para los alumnos. Preparación de situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional.
Actitudes	<ul style="list-style-type: none"> Promoción de la implicación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc. Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice.
Emociones	<ul style="list-style-type: none"> Promoción de la autoestima, evitando el fracaso, fobia o miedo a las matemáticas. Se resaltan las cualidades de estética y precisión de las matemáticas.

Componentes y descriptores de la idoneidad ecológica

Componentes	Descriptores
Adaptación al currículo	<ul style="list-style-type: none"> Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares.
Conexiones intra e interdisciplinarias	<ul style="list-style-type: none"> Los contenidos se relacionan con otros contenidos matemáticos (conexión de matemáticas avanzadas con las matemáticas del currículo) y conexión entre diferentes contenidos matemáticos contemplados en el currículo) o bien con contenidos de otras disciplinas (como el estadístico) o bien con contenidos de otras asignaturas de la etapa educativa).
Utilidad socio-laboral	<ul style="list-style-type: none"> Los contenidos son útiles para la inserción socio-laboral.
Innovación didáctica	<ul style="list-style-type: none"> Innovación basada en la investigación y la práctica reflexiva (introducción de nuevos contenidos, recursos tecnológicos, formas de evaluación, organización del aula, etc.).

ANEXO 14

Guion de entrevistas a estudiantes que entregaron el portafolio

1. ¿Habías escuchado hablar sobre competencia reflexiva antes del curso? ¿Dónde?
2. ¿Qué entiendes por competencia reflexiva al finalizar el curso?
3. ¿Es diferente de lo que entendías al inicio del curso?
4. ¿Qué importancia tiene para ti esta competencia en la formación de profesores?
 - 4.1 ¿Crees que tus compañeros le otorguen la misma importancia?
5. ¿Crees que para el desarrollo de la competencia reflexiva es suficiente con el sentido común y la experiencia de las prácticas o bien son necesarias pautas en las diferentes asignaturas que orienten esta reflexión?
6. ¿Crees que esta competencia se ha trabajado lo suficiente durante tu proceso de formación? ¿Cómo se ha trabajado?
7. ¿Qué actividades o tareas crees que faltan?
8. ¿Consideras que tienes un nivel alto/medio/bajo de desarrollo de esta competencia ¿Por qué?
9. ¿La teoría que te han dado en la asignatura, consideras que te ha servido para tu periodo de prácticas o más bien crees que está desvinculada de la realidad del aula?
10. ¿Crees que el trabajo realizado en la asignatura te ha ayudado a vincular la teoría con la práctica? ¿Cómo?
11. ¿Crees que los criterios de idoneidad son útiles para el análisis y valoración de la práctica realizada? ¿Por qué?
 - 11.1 ¿Cuáles te parecen más fáciles o complejos de comprender?
12. ¿Habías realizado un portafolio en otras oportunidades?
 - 12.1 ¿se trabajó de la misma manera el portafolio? En relación al que hicieron en la asignatura que acaban de terminar?
13. Al inicio de la asignatura la profesora ha presentado un mapa de complejidad matemática ¿Qué utilidad tuvo para ti la información que se entregó a través de ese mapa?
 - 13.1 ¿Crees que todos comprendieron la presentación?
 - 13.2 ¿Fue útil para abordar las tareas del portafolio?

14. ¿consideras que las instrucciones para realizar el trabajo del portafolio fueron claras?
15. ¿Qué tareas agregarías y/o quitarías del portafolio? ¿Por qué?
16. ¿Qué fortalezas y debilidades encuentras en tu portafolio?
17. ¿Crees que lograste un avance en el desarrollo de la competencia reflexiva gracias a la realización del portafolio?
18. ¿Te gustó trabajar en grupo? ¿Por qué?
 - 18.1. ¿Tuvieron inconvenientes para la realización del trabajo?
19. ¿Quedaste conforme con tu evaluación? ¿Por qué?
20. ¿Lograste comprender cuales son las fortalezas y debilidades de tu trabajo a través de la evaluación que recibiste?
21. ¿Por qué crees que algunos de tus compañeros no hicieron entrega de su trabajo?
22. ¿Crees que tu nivel de competencia puede mejorar?

ANEXO 15

Guion de entrevista a estudiantes que no entregaron el portafolio

1. ¿Habías escuchado sobre competencia reflexiva antes del curso? ¿Dónde?
2. ¿Qué entiendes por competencia reflexiva al finalizar el curso?
3. ¿Es diferente de lo que entendías al inicio del curso?
4. ¿Qué importancia tiene para ti esta competencia en la formación de profesores?
 - 4.1 ¿Crees que tus compañeros le otorguen la misma importancia?
5. ¿Crees que para el desarrollo de la competencia reflexiva es suficiente con el sentido común y la experiencia de las prácticas o bien son necesarias pautas en las diferentes asignaturas que orienten esta reflexión?
6. ¿Qué actividades has realizado para desarrollar esta competencia?
7. ¿Qué actividades o tareas crees que faltan?
8. ¿Crees que esta competencia se ha trabajado lo suficiente durante tu proceso de formación? ¿Cómo se ha trabajado?
9. ¿Consideras que tienes un nivel alto/medio/bajo de desarrollo de esta competencia ¿Por qué?
10. ¿La teoría que te han dado en la asignatura, consideras que te ha servido para tu periodo de prácticas o más bien crees que está desvinculada de la realidad del aula?
11. ¿Crees que el trabajo realizado en la asignatura permitía vincular la teoría con la práctica? ¿Cómo?

- 11.1. ¿Por qué no entregaron el trabajo?
12. ¿Crees que los criterios de idoneidad son útiles para el análisis y valoración de la práctica? ¿Por qué?
- 12.1 ¿Cuáles te parecen más fáciles o complejos de comprender?
13. ¿Habías realizado un portafolio en otras oportunidades?
- 13.1. ¿se trabajó de la misma manera el portafolio? En relación al que hicieron en la asignatura que acaban de terminar.
14. Al inicio de la asignatura la profesora ha presentado un mapa de complejidad matemática ¿Qué utilidad tuvo para ti la información que se entregó a través de ese mapa?
- 14.1 ¿Crees que todos comprendieron la presentación?
15. ¿consideras que las instrucciones para realizar el trabajo del portafolio fueron claras?
16. ¿Qué tareas agregarías y/o quitarías del portafolio? ¿Por qué?
17. ¿hubiese sido distinto si el trabajo se realiza de manera individual?
18. ¿Qué calificación obtuviste en el trabajo?
19. ¿Crees que tu nivel de competencia puede mejorar?

ANEXO 16

Guión de entrevista a la profesora (al finalizar el ciclo formativo)

1) En la asignatura *Aplicaciones didácticas y metodológicas de la proporcionalidad en el segundo ciclo de la enseñanza básica* ud llevo a cabo un trabajo intencionado que buscaba potenciar el desarrollo de competencia reflexiva de los futuros profesores.

¿Cómo valora dicho trabajo?

2) Si nos situamos en el inicio del trabajo, cuando tuvo que presentar la actividad pretendida con el portafolio

¿Qué reacciones pudo percibir por parte de los estudiantes?

¿Cómo se acordó la entrega de las tareas?

¿Se conversó con los estudiantes aspectos de evaluación en ese momento?

3) Para que los estudiantes pudieran afrontar las tareas del portafolio fue necesario que ud le entregara herramientas para la reflexión, que en este caso consistía en una pauta con criterios de idoneidad

¿Cómo podría describir esa sesión de formación?

¿Hubo situaciones específicas que marcaran de manera positiva o negativa esa sesión?

4) Respecto a las sesiones de retroalimentación ¿Fue suficiente el tiempo estimado para este trabajo?

5) El portafolio se planificó de manera que los estudiantes realizaran un trabajo en grupo. De ellos, solo tres grupos presentaron el trabajo, y de los tres, uno abordó todas las tareas solicitadas

¿Por qué cree ud que sucedió eso?

¿Qué tipo de explicaciones entregaban los estudiantes que no entregaron el portafolio?

¿Qué importancia cree le otorgan a la competencia reflexiva los estudiantes no entregaron el portafolio?

¿De qué manera cree que se hubiese conseguido mayor participación?

6) Considerando el trabajo realizado por el grupo que alcanzó el mejor rendimiento

¿Qué tarea o tareas considera que trabajaron mejor?

¿Qué tipo de dificultades observó en el trabajo de este grupo?

7) Ud elaboró un mapa de complejidad matemática de la proporcionalidad

¿Qué utilidad esperaba que le dieran los estudiantes a dicho recurso?

¿Lograron lo que ud esperaba?

¿Cree que sea posible mejorar esto?

8) De las tareas solicitadas **¿existe alguna que eliminaría o bien agregaría otras?**

9) **¿hubo algún criterio de idoneidad que fuera más complejo de comprender?**

10) Después de esta experiencia **¿Cree que hay aspectos que pueden mejorarse?**
¿Cuáles?

11) Dando una mirada global al ciclo formativo que ud. gestionó **¿Cómo valoraría cada criterio de idoneidad?**

ANEXO 17

AE 4: Analizar mediante el uso de software grafico situaciones de proporcionalidad

- Identifican utilizando software grafico, situaciones asociadas a proporcionalidad directa.
- Utilizan software gráficos para identificar situaciones asociadas a proporcionalidad inversa
- Analizan, utilizando gráficos, datos representativos de situaciones para determinar si estas son proporcionales.

Actividades recomendadas:

- Analizan datos correspondientes a situaciones en diversos contextos, mediante el uso de software gráfico, para determinar si las situaciones que representan estos datos son proporcionales.
- Resuelven problemas relativos a magnitudes proporcionales, utilizando software gráfico.

AE 5: Resolver problemas en diversos contextos que implican proporcionalidad directa y problemas que involucran proporcionalidad inversa

- Obtienen ecuaciones de situaciones asociadas a proporcionalidad directa.
- Determinan la constante de proporcionalidad en datos que varían proporcionalmente y los utilizan para realizar cálculos.
- Representan, en tablas y gráficos, relaciones de proporcionalidad directa e inversa entre dos variables.

Actividades recomendadas:

- Comprenden los conceptos de proporcionalidad directa y proporcionalidad inversa e identifican este tipo de cantidades en contextos diversos. Al respecto el docente podría presentar a los estudiantes situaciones donde:

Una de las variables involucradas aumenta cuando la otra variable aumenta, pero no son directamente proporcionales.

Observación: Se observa el uso en situaciones diversas de las propiedades pero en ningún momento son mencionadas como tales, se puede apreciar cuando habla del uso directo o inverso pero eso también queda a criterio del docente que puede enseñar la propiedad como tal o solo como una ecuación.

Estas propiedades que dan invisibles al currículo pero son utilizadas como herramienta para la resolución de ejercicios y problemas. Además, además que hay un ámbito de las

razones que carece de representatividad en el currículo.

ANEXO 18

Tarea 1: Contextualización del caso:

El presente portafolio está constituido por diversos análisis, los cuales están enfocados en programas de estudio, clases y prácticas docentes. En cuanto a los programas de estudio se llevo a cabo un análisis detallado de cómo las razones, proporciones y porcentajes vienen desarrollados para cada curso. Con respecto a las clases analizadas se encuentra una realizada a un episodio de manera superficial y otra realizada en base a los criterios de idoneidad. Por último se encuentra desarrollado un análisis de una práctica docente, la cual se llevo a cabo en el Colegio San Alfonso del Boldo de la ciudad de Curicó. La observación se realizó en un sexto básico bajo la jefatura del Profesor Carlos Ramírez. El curso observado posee un muy buen nivel de rendimiento académico, sin embargo en la asignatura de matemática se visualiza una evidente dificultad para alcanzar los objetivos propuestos.

En base a lo visto en clases cabe mencionar que el profesor de Matemática a cargo del curso, si bien posee un gran dominio de los contenidos del curriculum, no logra generar un aprendizaje significativo en sus estudiantes. En cuanto a la relación establecida entre el docente y sus alumnos, se puede señalar que no existe mucha empatía entre ambos, puesto que el profesor es muy serio e inflexible ante las sugerencias de sus educandos, lo que genera un ambiente poco propicio para la enseñanza-aprendizaje.

ANEXO 19

Tarea 2: Valoración de un episodio de clase sin conocer los criterios de idoneidad.


Análisis de video:

Destaca los aspectos positivos y negativos del video visto en clases:

Aspectos positivos:

- ✓ Muestra seguridad en la explicación de los contenidos
- ✓ Los estudiantes son participes de la clase
- ✓ Conecta claramente los sucesos que quiere dar a entender a los estudiantes.
- ✓ Trabaja con situaciones reales de la vida cotidiana
- ✓ realizaba preguntas para mantener la atención de los estudiantes.
- ✓ Genera seguridad en sus estudiantes.
- ✓ Es clara y precisa en la explicación.
- ✓ La profesora es mediadora del aprendizaje de los estudiantes.

Aspectos negativos:

- ✓ Induce a los estudiantes en las respuestas
 - ✓ La clase es monótona, no trabaja con material didáctico
 - ✓ Poca cabida para que los alumnos cometan errores.
- 

ANEXO 20

Tarea 3: Valoración de un episodio de clase después de conocer los criterios de idoneidad.

Pauta de análisis y valoración de la idoneidad didáctica de un proceso de instrucción

1. Idoneidad epistémica:

COMPONENTES	ANÁLISIS DE VIDEO
Errores	No se observan prácticas incorrectas desde el punto de vista matemático, puesto que la profesora manifiesta claramente un manejo de los contenidos.
Ambigüedades	No se observan ambigüedades que puedan llevar a la confusión a los alumnos, puesto que la profesora es clara en las definiciones y procedimientos que utiliza para explicar el contenido (proporcionalidad directa e inversa).
Riqueza de proceso	Se realiza una secuencia de tareas que contempla la realización de procesos relevantes en la actividad matemática, ya que la profesora mediante éstas de manera implícita desarrolla relaciones entre variables, resolución de problemas, incita a la argumentación de los procedimientos que utilizan los estudiantes y conectan sucesos con respecto a contenidos previos para realizar la tarea que implica un grado más de complejidad.

2. idoneidad cognitiva:

COMPONENTES	ANÁLISIS DE VIDEO
Conocimientos previos	Si bien la mayoría de los alumnos poseen los conocimientos previos necesarios para realizar la tarea, hay algunos estudiantes que presentan dudas al momento de realizarlas.
Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	En el episodio del video no se observan actividades diferenciadas. ✓
Aprendizaje	Si bien es cierto no existe un producto concreto que nos permita observar el aprendizaje de los estudiantes, pero si podemos inferir que mediante la tarea encomendada los estudiantes lograron el objetivo propuesto.

3. idoneidad medicial:

COMPONENTES:	ANÁLISIS DE VIDEO:
Recursos materiales	<ul style="list-style-type: none"> • Con respecto al uso de materiales manipulativos no se hicieron presentes para la ejecución de la clase • Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones concretas de la vida cotidiana.
Número de alumnos, horario y condiciones del aula	Tanto el número de estudiantes, el ambiente físico del aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo eficaz del proceso pretendido.
Tiempo (de enseñanza colectiva/ tutorización; tiempo de aprendizaje)	El tiempo es empleado de acuerdo a la dificultad de los contenidos, en el caso del video desde nuestro punto de vista se requiere otra clase con respecto al contenido que más les dificulta, puntualmente la proporcionalidad inversa.

4. Idoneidad emocional:

COMPONENTES	ANÁLISIS DE VIDEO
Intereses y necesidades	La tarea trata sobre temas de la vida cotidiana, lo que permite al estudiante contextualizarlo permitiendo que esté atento a la tarea encomendada.
Actitudes	La profesora trata de inducir las respuestas de los estudiantes para que estos logren el objetivo, inhibiendo de esta manera que el estudiante tenga la capacidad de razonar.
Emociones	La profesora se encarga de dar apoyo motivando a sus alumnos mediante preguntas y respuestas, sin embargo no deja que los estudiantes construyan su propio aprendizaje mediante ensayo y error.

5. idoneidad interaccional:

COMPONENTES	ANÁLISIS DE VIDEO
Interacción docente-discente	<ul style="list-style-type: none"> • En base a los aspectos a la presentación del tema que realiza la profesora, cabe destacar que se lleva a cabo de manera clara y bien organizada. • Se reconocen y resuelven los conflictos de significado (la profesora realiza preguntas las cuales son respondidas por diversos estudiantes, donde la función de la profesora es mediar y construir el mejor significado y que este sea coherente).
Interacción entre discentes	La profesora facilita el diálogo y comunicación entre los estudiantes.
Autonomía	La profesora da la instancia para que los estudiantes se desenvuelvan, sin embargo no se cumple a cabalidad, debido a que en la validación de lo expuesto por los estudiantes la profesora incita a la respuesta que se pretende.
Evaluación formativa	Se observa un progreso cognitivo de los estudiantes.

6. idoneidad ecológica:

COMPONENTES:	ANÁLISIS DE VIDEO
Adaptación al currículo	Los significados, su implementación y evaluación directa se corresponden con lo que plantean las bases curriculares.
Conexión entre e interdisciplinarias	Si bien es cierta la profesora no hace relación del contenido con otras asignaturas, si los contextualiza con aspectos de la vida cotidiana.

ANEXO 21

b. Reflexión y valoración de la clase del profesor en base a los criterios de idoneidad

1. Idoneidad epistémica:

Falta una conclusión sintética de esta parte. ¿cuáles por epistémica?

COMPONENTES	ANÁLISIS DEL PROFESOR
Errores	En algunas ocasiones cae en errores desde el punto de vista matemático, aunque maneja los contenidos de muy buena manera.
Ambigüedades	No se observan ambigüedades que puedan llevar a la confusión a los alumnos, puesto que el profesor es claro en las definiciones y procedimientos que utiliza para explicar el contenido.
Riqueza de proceso	El profesor realiza una secuencia de tareas que van de menos a más y contemplan la realización de la actividad matemática. Trabaja resolución de problemas, cálculos, etc. E incita a la argumentación de los procedimientos.

Esto presenta la modelación y representación. Existe representatividad del % y se expresa en fracción, %, decimales.

2. idoneidad cognitiva:

COMPONENTES	ANÁLISIS DEL PROFESOR
Conocimientos previos	Si bien la mayoría de los alumnos poseen los conocimientos previos necesarios para realizar la tarea, hay algunos estudiantes que presentan dudas al momento de realizarlas.
Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	Existen adaptaciones curriculares, ya que en el colegio se presentan diversos casos que la requieren y este trabaja con estos estudiantes.
Aprendizaje	El profesor trabaja constantemente para que sus alumnos aprendan y a partir de los contenidos estos logren el objetivo que este plantea en la clase.

Completo

3. idoneidad mediacional:

COMPONENTES:	ANÁLISIS DEL PROFESOR:
Recursos materiales	<ul style="list-style-type: none"> No hace uso de material didáctico, trabaja solo con el libro de contenidos.
Número de alumnos, horario y condiciones del aula	Trabaja con cerca de 30 estudiantes por curso, y si bien el ambiente físico del aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo eficaz del proceso pretendido en ocasiones estos no toman la atención adecuada a la clase.
Tiempo (de enseñanza colectiva/ tutorización);	El tiempo que utiliza en las clases a veces es muy poco, da por pasado los contenidos sin asegurarse que todos los estudiantes

tiempo de aprendizaje)	comprendieron estos.
------------------------	----------------------

4. Idoneidad emocional:

COMPONENTES	ANÁLISIS DEL PROFESOR
Intereses y necesidades	Contextualiza las tareas y ejemplos con la vida cotidiana, lo que le permite a los estudiantes familiarizarlos más con la materia.
Actitudes	El profesor hace razonar a sus estudiantes para que se adecuen a las necesidades del contenido y así logren el objetivo de la clase.
Emociones	El profesor no es muy motivado por lo que ellos en ocasiones no tienen interés de aprender, no los incita a los estudiantes construyan su aprendizaje..

5. idoneidad interaccionar:

COMPONENTES	ANÁLISIS DEL PROFESOR
Interacción docente-discente	<ul style="list-style-type: none"> • El profesor es organizado en los contenidos que quiere plantear. • Si bien el profesor en su clase constantemente pregunta, solo algunos responden a estas y se interesan por aprender, siempre hay muchos que están distraídos y pendientes de otras cosas.
Interacción entre discentes	El profesor en reiteradas ocasiones <u>no facilita</u> el diálogo y comunicación entre los estudiantes, <u>no le gusta</u> que interrumpan su clase.
Autonomía	En raras ocasiones los alumnos pueden desenvolverse dentro de la sala de clases. No existen instancias en que estos puedan participar más allá de su puesto e interactuar con los demás.
Evaluación formativa	Se observa un progreso cognitivo de los estudiantes.

6. idoneidad ecológica:

COMPONENTES:	ANÁLISIS DEL PROFESOR
Adaptación al currículo	Los significados, su implementación y evaluación directa corresponden con los que plantean las bases curriculares.
Conexión entra e interdisciplinarias	El profesor a través de los contenidos y su explicación relaciona estos con otras asignaturas y le da importancia a estas al igual que su asignatura.

ANEXO 22

c. Explicar el posible rediseño de la unidad.

Pensamos que no se logró el contenido la primera vez, debido que el profesor solo se fundamenta en las planificaciones para lo teórico del contenido pero no ejemplifica con los ejercicios ^{ahí} que hay se proponen y solo utiliza el libro de clases y los ejercicios que hay se proponen. De acuerdo a esto creemos que a los estudiantes les falta jugar y ejercitar más los problemas de tanto por ciento en la vida cotidiana en donde el aprendizaje significativo los orientara y ayudara en una mejor comprensión y adquisición del contenido y la habilidad de resolución de problema.

También el uso de la TIC es fundamental en los estudiantes de hoy, ya que todo lo que tiene que ver con ordenadores de por sí ya les llama la atención el trabajar con un buen software educativo los ayudaría a desarrollar un mayor interés en el contenido que están trabajando.

Con esta metodología interactiva podemos desarrollar un aprendizaje significativo, el cual este centrado en el aprendizaje del estudiante, siendo nosotros los docentes solo un mediador que entrega pistas y/o orientaciones para que ellos puedan construir su conocimiento de manera efectiva.

¿Qué actividades sugiere y cómo las implementaría?

ANEXO 23

Tarea 6: Reflexión sobre la práctica matemática propia:

En base a lo vivenciado en la práctica docente y sobre la clase realizada del contenido de porcentaje podemos destacar que el hecho de realizar una clase mas entretenida y didáctica genera en los estudiantes un gran interés por aprender y se muestran muy entusiasmados en el desarrollo de los contenidos, lo que facilita la participación y por ende la fluidez en el desarrollo de la clase.

Es por esto que consideramos que en base a los diversos factores que influyen en el contexto de una clase, esta en particular se llevo a cabo de manera eficaz y se evidenció un aprendizaje significativo para los estudiantes, ya que fue realizada en base a sus intereses personales, lo que facilitó la atención y la comprensión del contenido estudiado.

*¿Cómo la analiza en torno a la pauta de
I.D.*

ANEXO 24

Tarea 7: Autoevaluación de la competencia reflexiva.

Los criterios de idoneidad son un aporte para ver cada uno de los factores que influyen en los aprendizajes de los estudiantes de las distintas salas de clases en las que nos podemos encontrar en nuestra labor docente.

La realización de este portafolio nos ayuda a reflexionar sobre nuestra propia práctica pedagógica la cual nos orienta en los posibles errores que podríamos cometer a la hora de enseñar y como preverlos, para dar una solución idónea a la práctica de enseñanza-aprendizaje.

Cuando los profesores entran en un juego de palabras donde no se limitan a una mera descripción que deja todo como está y aspiran a su mejora, utilizan, de manera explícita o implícita, *criterios de idoneidad* que permiten valorar los procesos de instrucción efectivamente realizados y guiar su mejora en los estudiantes. Los criterios son entendidos como reglas de corrección que establecen cómo ha de hacerse un proceso de instrucción; proceden del discurso argumentativo de la comunidad (sea científica o profesional) cuando va orientado a conseguir un consenso sobre lo que se puede considerar como mejor. Por tanto, se trata de realizar una acción o meta-acción, para ser más precisos (valorar), que recae sobre otras acciones (las llevadas a cabo en los procesos de instrucción). Surge una racionalidad axiológica que permite el análisis, la crítica, la justificación de la elección de los medios y de los fines, la justificación del cambio, etc.

Si se considera que el significado de los objetos personales matemáticos y didácticos del profesorado abarca el conjunto de prácticas operativas y discursivas que realiza el docente en relación con el objeto matemático y con su enseñanza y aprendizaje, es pertinente desarrollar instrumentos metodológicos y teóricos que permitan analizar su argumentación. En tal dirección, los *criterios de idoneidad* son herramientas que pueden ser muy útiles no sólo para organizar y analizar las prácticas discursivas del profesorado sobre cómo debería ser el proceso de instrucción, sino también para valorar las prácticas que intervienen en la determinación del significado pretendido, el implementado y el evaluado.

